

## Вопросы к письменной части экзамена по курсу "Основы математического моделирования" (2-й поток)

1. Основные этапы математического моделирования физического процесса.
2. Прямые и обратные задачи, возникающие при математическом моделировании.
3. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей и принцип аналогий.
4. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.
5. Постановка задачи Гурса и ее решение.
6. Постановка общей задачи Коши для гиперболического уравнения. Какими свойствами должна обладать кривая, на которой ставятся дополнительные условия..
7. Что произойдет, если характеристика уравнения общей задачи Коши пересечет кривую, на которой заданы дополнительные условия, более чем в одной точке?
8. Определение и физический смысл функции Римана.
9. Функции Римана для уравнений  $u_{xy} = 0$  и  $u_{xy} + cu = 0$ .
10. Постановка задачи Стефана. Примеры процессов, описываемых задачей Стефана.
11. Преобразование задачи к виду, в котором содержится зависимость между безразмерными комбинациями переменных. Примеры задач, при решении которых целесообразно использовать метод подобия.
12. Постановка задачи переноса вещества в двухфазной среде. Задача сорбции.
13. Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.
14. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.
15. Качественное различие решения задачи сорбции в линейном и нелинейном случае.
16. Поведение на бесконечности решения уравнения Гельмгольца при различных знаках коэффициента  $C$ .
17. Сформулируйте для неограниченной области теорему единственности решения уравнения Гельмгольца в случае отрицательного коэффициента  $C$ .
18. Напишите условие излучения Зоммерфельда в трехмерном и двумерном случаях. Для чего ставятся условия излучения?
19. Сформулируйте принцип предельного поглощения.
20. Приведите пример постановки парциальных условий излучения.
21. Как ставится задача математической теории дифракции?
22. Рассмотрим задачу теплопроводности в бесконечной области. Если коэффициент теплопроводности зависит от температуры и обращается в ноль при нулевой температуре, то можно рассматривать финитные решения задачи. Если же уравнение линейно, то финитные решения рассматривать нельзя. Почему? Приведите пример задачи, в которой решение будет финитным.
23. Что такое автомодельное решение? Что такое режимы с обострением? Приведите примеры, приводящие к таким решениям.

24. Приведите пример задачи с уравнением Буссинеска (описывающим уровень грунтовых вод над гидроупором), решение которой имеет автомодельный вид.
25. Приведите примеры процессов, приводящих к модели Вольтера хищник-жертва. Как исследуется решение этой задачи на фазовой плоскости.
26. Напишите линейное, линейное неоднородное и квазилинейное уравнение переноса. Составьте уравнения характеристик для этих случаев.
27. Могут ли пересекаться характеристики в случае линейного и квазилинейного уравнения переноса? К какому качественному характеру решений и физическим результатам это приводит?
28. В каких случаях необходимо строить обобщенное решение линейного и квазилинейного уравнения переноса?
29. Напишите условие на разрыве (условие Гюгонио) для квазилинейного уравнения переноса.
30. В чем заключается метод характеристик решения квазилинейного уравнения переноса?
31. Сведение дифференциальной задачи с самосопряженным оператором к вариационной задаче?
32. Как ставится вариационная задача на собственные значения?
33. Что такое вариационные и что такое проекционные алгоритмы? Приведите примеры.
34. В чем состоит метод Рунге? Приведите достаточные условия, обеспечивающие сходимость решений, найденных по методу Рунге, к точному.
35. В чем состоит метод Галеркина и метод моментов?
36. В чем состоит метод наименьших квадратов?
37. Дайте определение аппроксимации разностной задачей исходной дифференциальной задачи.
38. Дайте определение устойчивости разностной схемы.
39. Дайте определение сходимости разностной схемы.
40. Что означает, что разностная задача имеет  $k$ -ый порядок точности?
41. Дайте определение корректной постановки разностной схемы.
42. Как связаны между собой точность аппроксимации, устойчивость и сходимость разностной схемы?
43. Что такое шаблон разностного оператора? Приведите примеры.
44. Приведите пример явной разностной схемы. В чем ее достоинства и недостатки?
45. Приведите пример неявной разностной схемы. В чем ее достоинства и недостатки?
46. Напишите условия устойчивости явной разностной схемы.
47. Приведите пример безусловно устойчивой схемы.
48. Определение экономичной разностной схемы. Экономичные разностные схемы для решения уравнения теплопроводности для случаев различного числа переменных.
49. Напишите схему переменных направлений.
50. Напишите локально-одномерную схему. Что такое метод факторизации?
51. Дайте определение однородной разностной схемы.

52. Что такое консервативная разностная схема. Приведите пример консервативной и неконсервативной разностной схемы.
53. Какие методы построения консервативной разностных схем вам известны?
54. В чем состоит интегро-интерполяционный метод (метод баланса)?
55. Что такое метод конечных элементов?
56. Приведите пример простейшего базиса метода конечных элементов.
57. Сформулируйте необходимое спектральное условие устойчивости Неймана для решения разностной задачи Коши.
58. Схемы метода бегущего счета для численного решения уравнения переноса.
59. Критерий Куранта для определения устойчивости разностного решения уравнения переноса.
60. Что такое монотонная разностная схема. Какие схемы для численного решения уравнения переноса являются монотонными.
61. Что в асимптотических методах понимается под возмущением? Что такое регулярное и сингулярное возмущение?
62. Что такое асимптотическая оценка. Может ли асимптотический ряд быть расходящимся?
63. В случае задачи с сингулярным возмущением, какой корень вырожденного уравнения является устойчивым? Что такое область влияния корня вырожденного уравнения?
64. Опишите алгоритм построения асимптотики решения сингулярно возмущенной задачи.
65. В чем состоит метод ВКБ?
66. Для решения каких задач применяется метод усреднения Крылова-Боголюбова? Объясните необходимость применения этого метода для построения приближенного решения уравнения Ван-дер-Поля.
67. Опишите алгоритм построения первого и улучшенного первого приближения по методу усреднения.
68. Что такое вейвлет-анализ? Для чего он применяется?
69. В чем состоят преимущества и недостатки вейвлет-преобразования перед фурье-преобразованием? Приведите примеры применения вейвлет-анализа..
70. Что такое фрактал?
71. Что изучает синергетика?
72. Напишите уравнение Кортевега - де Фриза. Изложите схему решения обратной задачи рассеяния.
73. Что такое солитонные решения? Приведите пример задачи, решением которой являются солитоны.
74. Уравнение Бюргерса. Его решение Его решение для задачи Коши и в форме бегущей волны на бесконечной прямой.
75. Математические модели гидродинамики. Постановка задач.
76. Распределение скоростей в жидкости при движении в ней сферы.
77. Течение Пуазейля вязкой жидкости в трубе.