

Программа курса “Методы математической физики” для астрономического отделения:

1-й семестр (осень)

Введение: предмет математической физики.

Часть 1 Элементы теории специальных функций математической физики.

Тема 1. Задачи на собственные функции и собственные значения оператора Штурма-Лиувилля в различных областях.

1. Физические задачи, приводящие к задачам на собственные функции и собственные значения оператора Штурма-Лиувилля.
2. Задачи на собственные функции и собственные значения оператора Лапласа.

Тема 2. Цилиндрические функции.

1. Уравнение специальных функций математической физики. Поведение линейно независимых решений в особых точках.
2. Функции Бесселя.
3. Функции Ханкеля.
4. Связь между функциями Ханкеля и Бесселя. Функция Неймана.
5. Линейная независимость цилиндрических функций и фундаментальные системы решений уравнения Бесселя.
6. Асимптотика цилиндрических функций.
7. Приложения цилиндрических функций: собственные функции круга и цилиндра.
8. Цилиндрические функции мнимого аргумента.

Тема 3. Классические ортогональные полиномы (КОП).

1. Определение КОП и основные свойства.
2. Примеры КОП.
3. Присоединенные функции Лежандра.
4. Сферические функции.
5. Шаровые функции.
6. Собственные функции шара.

Тема 4. Замкнутые и полные системы ортогональных функций.

1. Вспомогательные положения анализа.
2. Замкнутые и полные системы функций в пространстве $L_2(D)$.
3. Примеры ортогональных замкнутых и полных систем функций в пространстве $L_2(D)$.

Часть 2 Методы математической физики.

Тема 5. Классификация дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка.

1. Линейные и квазилинейные уравнения в частных производных 2-го порядка: основные понятия.
2. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка в случае двух независимых переменных и канонические формы уравнений.

3. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка в случае N независимых переменных и канонические формы уравнений.

Тема 6. Основные уравнения математической физики. Постановки начально-краевых и краевых задач для уравнений различного типа.

1. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа и постановка начально-краевой задачи.
2. Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа и постановка начально-краевой задачи.
3. Физические задачи, приводящие к уравнениям эллиптического типа и постановка краевой задачи.

Тема 7. Метод разделения переменных (метод Фурье).

1. Постановка и редукция общей линейной начально-краевой задачи.
2. Первая и вторая формулы Грина.
3. Формальный алгоритм метода разделения переменных в случае общей начально-краевой задачи.
4. Разложение решения эллиптического уравнения по собственным функциям.

Тема 8. Обобщенные и фундаментальные решения дифференциальных уравнений.

1. Обобщенные функции и операции над обобщенными функциями.
2. Понятие обобщенного решения дифференциального уравнения.
3. Понятие фундаментального решения дифференциального уравнения.

2-й семестр (весна)

Тема 9. Уравнения эллиптического типа.

1. Гармонические функции.
2. Третья формула Грина.
3. Основные свойства гармонических функций.
4. Принцип максимума. Принцип сравнения.
5. Внутренние краевые задачи для уравнения Пуассона и основные свойства классических решений.
6. Внешние краевые задачи для уравнения Пуассона и основные свойства классических решений.
7. Метод функции Грина.

Тема 10. Уравнения параболического типа.

1. Принцип максимума и принцип сравнения.
2. Начально-краевая задача Дирихле в ограниченной области и основные свойства классического решения.
3. Задача Коши для уравнения теплопроводности на бесконечной прямой. Метод интегрального преобразования Фурье.
4. Задача Коши для уравнения теплопроводности в пространстве.
5. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности на полупрямой. Метод продолжения начальных данных.

Тема 11. Уравнения гиперболического типа.

1. Единственность классического решения общей начально-краевой задачи.
2. Начально-краевая задача Дирихле в ограниченной области и основные свойства классического решения.
3. Задача Коши для уравнения колебаний на бесконечной прямой. Метод распространяющихся волн.
4. Колебания нагруженной струны.
5. Начально-краевые задачи для уравнения колебаний на полупрямой. Краевой режим.
6. Распространение волн в пространстве.

Тема 12. Уравнения эллиптического типа (продолжение).

1. Элементы теории потенциала.
2. Логарифмические потенциалы простого и двойного слоя.
3. Поверхностные потенциалы простого и двойного слоя.
4. Сведение краевых задач к эквивалентным интегральным уравнениям.
5. Теоремы существования классических решений краевых задач для уравнения Лапласа.
6. Основные свойства собственных функций и собственных значений задачи Дирихле. Теорема Стеклова.
7. Внутренние краевые задачи для уравнения Гельмгольца и основные свойства классических решений.

• Список литературы

1. А.Г. Свешников, А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов. Лекции по математической физике: Учебн. пособие. -2-е изд., испр. и доп.- М.: Изд-во МГУ; Наука, 2004.-416 с.- (Классический университетский учебник). - ISBN 5-211-04899-7. ISBN 5-02-033541-X.
2. А. Н. Тихонов, А. А. Самарский «Уравнения математической физики»: Учебн. пособие. -7-е изд. - М: URSS, 2026.- 800 с. - (Юбилейная серия «в честь 270-летия МГУ имени М. В. Ломоносова», а также серия «Классический учебник МГУ»). - ISBN 978-5-00237-255-3.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учебник.- 5-е изд., доп. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 512 с.- ISBN 5-02-013760-X.
4. А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов. Задачи по математической физике: Учеб. пособие. - М.: Изд-во МГУ, 1998. – 350 с.- ISBN 5-211-03373-6.
5. Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физике.- 4-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.- 688 с.- ISBN 5-9221-0311-3.

• Дополнительная литература

1. С.Л. Соболев. Уравнения математической физики : [Учеб. пособие для студентов ун-тов по спец. "Математика", "Механика" и "Физика"] - 5-е изд., испр. – М.: Наука, 1992. - 431 с.- ISBN 5-02-014531-9

2. В.А. Стеклов. Основные задачи математической физики. – 2-е изд. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 432 с.
 3. В. Я. Арсенин. Методы математической физики и специальные функции : [учеб. пособие для втузов] - 2-е изд., перераб. и доп. – М : Наука, 1984.-380 с.
 4. В.А. Стеклов. Общие методы решения основных задач математической физики.-2-е изд., М: URSS, 2016. - 304 с. - (Серия «Физико-математическое наследие: физика (математическая физика)»). - ISBN 978-5-9710-2949-6.
- Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:
 1. Лекторий Teach-in — видео лекции по методам математической физики физфака МГУ:
<https://teach-in.ru/course/mathematical-physics-bogolubov> ,
<https://teach-in.ru/lecturer/tikhonov> ,
<https://files.teach-in.ru/s/Q8RQbzpQjQZGmTB> ,
<https://files.teach-in.ru/s/zcDf8MiD5WWQLPp>
 2. EqWorld — международный научно-образовательный сайт; содержит учебную физико-математическую библиотеку, включающую литературу по уравнениям математической физики и дифференциальным уравнениям с частными производными:
<https://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm> .
 3. Math-Net.Ru — общероссийский математический портал: <https://www.mathnet.ru/>.