

*Вопросы к коллоквиуму по ОММ (2026)*

1. Перечислите основные этапы математического моделирования.
2. Дайте определение детерминированной модели.
3. Дайте определение стохастической модели.
4. Что такое прямые задачи математического моделирования? Приведите примеры.
5. Что такое обратные задачи математического моделирования? Приведите примеры.
6. Приведите примеры, демонстрирующие универсальность математических моделей.
7. Что такое иерархия моделей. Приведите примеры.
8. Постановка задачи Гурса и ее решение.
9. Постановка общей задачи Коши для гиперболического уравнения.
10. Какими свойствами должна обладать кривая  $C$ , на которой ставятся дополнительные условия в общей задаче Коши?
11. Что произойдет, если характеристика уравнения общей задачи Коши пересечет кривую  $C$ , на которой заданы дополнительные условия, более чем в одной точке?
12. Дайте определение Функции Римана. Где она используется?
13. Приведите примеры функций Римана, например, для уравнений  $u_{xy} = 0$  и  $u_{xy} + cu = 0$ .
14. Какие дифференциальные операторы называются сопряженными?
15. Задача Стефана
16. Какой физический смысл имеет задача Стефана?
17. В чем состоит метод подобия?
18. Преобразование задачи к виду, в котором содержится зависимость между безразмерными комбинациями переменных. Примеры задач, при решении которых целесообразно использовать метод подобия.
19. Сформулируйте Пи-теорему. Приведите примеры ее использования.
20. Как ставится задача сорбции?
21. Напишите уравнение кинетики сорбции.
22. Что такое изотерма сорбции? Приведите примеры.
23. Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.
24. Постановка задачи сорбции и качественное различие решения в случае линейной и нелинейной изотермы.
25. Рассмотрите поведение на бесконечности решения уравнения Гельмгольца при различных видах коэффициента  $C$ . Постановка внешних задач.
26. Теоремы единственности решения уравнения Гельмгольца для неограниченной области.
27. Напишите условия излучения Зоммерфельда в трехмерном и двумерном случаях.
28. В каком случае и для чего ставятся условия излучения Зоммерфельда?
29. Сформулируйте принцип предельного поглощения.
30. Приведите пример постановки парциальных условий излучения.
31. Как ставится задача математической теории дифракции?
32. Что такое автомодельное решение?
33. Дайте определение квазилинейного уравнения теплопроводности.
34. Сформулируйте основные свойства квазилинейного уравнения теплопроводности.
35. Что такое режимы с обострением? Приведите примеры.
36. Задачи с нелинейным уравнением теплопроводности и горения. Построение их финитных автомодельных решений.
37. Модель «большого взрыва» (с уравнением  $u_t = D \frac{\partial}{\partial x} (u^2 u_x)$ ). Построение автомодельных решений.
38. Напишите линейное, линейное неоднородное и квазилинейное уравнение переноса. Уравнения характеристик для этих случаев.
39. Метод характеристик для решения задачи Коши с квазилинейным уравнением переноса.

40. Могут ли характеристики квазилинейного уравнения переноса пересекаться? Что это означает физически?
41. Могут ли пересекаться характеристики в случае линейного и проекции характеристик в случае квазилинейного уравнения переноса? К какому качественному характеру решений и физическим результатам это приводит?
42. В чем состоит явление опрокидывания волн? Как его можно объяснить?
43. В каких случаях необходимо строить обобщенное решение линейного и квазилинейного уравнения переноса?
44. Уравнение Ван-Хопфа ( $u_t + uu_x = 0$ ). Его решение в случае задачи Коши в форме бегущей волны на бесконечной прямой.
45. Рассмотрим задачу Коши с уравнением  $u_t = (ku_x)_x$  для  $-\infty < x < \infty$ . Почему в случае, когда  $k = k(u)$  и  $k(0) = 0$ , можно рассматривать финитные решения, а если  $k = const$ , то нельзя?
46. Напишите условие на разрыве (условие Гюгонио-Ренкина).
47. Образование разрывов решения квазилинейного уравнения переноса. Условие на разрыве (условие Гюгонио) для уравнения  $u_t + u^3 u_x = 0$ .

#### Дополнительные вопросы для второго потока:

48. Математические модели гидродинамики. Постановка задач.
49. Течение Пуазейля вязкой жидкости в трубе.
50. Задача о движении сферы в идеальной жидкости. Парадокс Даламбера.
51. Описание плоского безвихревого течения несжимаемой жидкости с помощью комплексного потенциала.
52. Задача Коши для уравнения колебаний  $u_{tt} + au_t + bu_x + cu = u_{xx}$ .
53. Уравнением Буссинеска, описывающее уровень грунтовых вод над гидроупором. Пример задачи с этим уравнением, решение которой имеет автомодельный вид.

#### Дополнительные вопросы для первого потока:

54. Напишите уравнение Кортевега – де Фриза.
55. Для решения какой нелинейной задачи применяется схема решения обратной задачи рассеяния?
56. Изложите схему решения обратной задачи рассеяния.
57. Что такое солитонные решения?
58. Решением какого уравнения являются солитоны?