Международная конференция
«Асимптотические методы в математической физике»
посвящённая памяти профессоров А.Б. Васильевой и Н.Н. Нефёдова

Стационарное решение в системе Тихоновского типа в случае разрыва коэффициентов адвекции и нелинейных источников

Е.А. Чунжук, Н.Т. Левашова, Е.И. Никулин

МГУ имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, Кафедра математики

26-27 февраля 2026 г.

Постановка задачи

В работе исследуется стационарная сингулярно возмущённая система Тихоновского типа с малым параметром $\varepsilon > 0$. Особенностью постановки задачи является наличие скачкообразных изменений коэффициентов адвекции и нелинейных источников в точке $x = 0$.

$$\begin{cases} N_u[u,v] := \varepsilon^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \varepsilon^2 A(u,x) \dfrac{\partial u}{\partial x} - g(u,v,x,\varepsilon) = 0, & -1 < x < 1, \\ N_v[u,v] := \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2} - B(v,x) \dfrac{\partial v}{\partial x} - f(u,v,x,\varepsilon) = 0, & -1 < x < 1. \end{cases} \tag{1}$$

Пусть заданы условия Дирихле для функций u и v

$$u(-1,\varepsilon) = u^0, \quad u(1,\varepsilon) = u^1, \quad v(-1,\varepsilon) = v^0, \quad v(1,\varepsilon) = v^1.$$

Функции $f(u,v,x,\varepsilon)$, $g(u,v,x,\varepsilon)$, $A(u,x)$ и $B(v,x)$ терпят разрыв первого рода в точке $x=0$, которая делит отрезок на две подобласти $D^{(-)} := (-1,0)$ и $D^{(+)} := (0,1)$:

$$
\begin{aligned}
f(u,v,x,\varepsilon) &= \begin{cases} f^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & x \in D^{(-)}, \\ f^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & x \in D^{(+)}, \end{cases} \\
g(u,v,x,\varepsilon) &= \begin{cases} g^{(-)}(u,v,x,\varepsilon), & x \in D^{(-)}, \\ g^{(+)}(u,v,x,\varepsilon), & x \in D^{(+)}, \end{cases} \\
A(u,x) &= \begin{cases} A^{(-)}(u,x), & x \in D^{(-)}, \\ A^{(+)}(u,x), & x \in D^{(+)}, \end{cases} \\
B(v,x) &= \begin{cases} B^{(-)}(v,x), & x \in D^{(-)}, \\ B^{(+)}(v,x), & x \in D^{(+)}, \end{cases}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

причем $f^{(-)}(u,v,0,\varepsilon) \neq f^{(+)}(u,v,0,\varepsilon), \quad g^{(-)}(u,v,0,\varepsilon) \neq g^{(+)}(u,v,0,\varepsilon).$

Условия задачи

(A1)

$$\begin{cases} 0 = g^{(\mp)}(u^{(\mp)}, v^{(\mp)}, x, 0), & x \in D^{(\mp)}, \\ \dfrac{d^2 v^{(\mp)}}{dx^2} = B^{(\mp)}(v, x)\dfrac{dv^{(\mp)}}{dx} + f^{(\mp)}(u^{(\mp)}, v^{(\mp)}, x, 0), & x \in D^{(\mp)}, \\ v^{(-)}(-1) = v^0, \quad v^{(+)}(1) = v^1, \quad v^{(\mp)}(0) = p_v, \end{cases} \tag{3}$$

Алгебраическое уравнение имеет решение $u^{(\mp)}(x) = \varphi^{(\mp)}(v^{(\mp)}(x), x)$ и выполнено $g_u^{(\mp)}(\varphi^{(\mp)}(v, x), v, x, 0) > 0$ при $x \in D^{(\mp)}$. Также существует решение $\bar{v}_0^{(\mp)}(x, p_v)$, и будем считать, что функции $\bar{u}_0^{(\mp)}(x, p_v) := \varphi^{(\mp)}(\bar{v}_0^{(\mp)}(x, p_v), x)$ в точке разрыва упорядочены следующим образом: $\bar{u}_0^{(-)}(0, p_v) < \bar{u}_0^{(+)}(0, p_v)$.

(A2) Введем функции

$$H_0^0(p_v) = \frac{d\bar{v}_0^{(-)}}{dx}(0, p_v) - \frac{d\bar{v}_0^{(+)}}{dx}(0, p_v),$$

$$\tilde{H}_0(p_u, p_v) = \sqrt{2\int_{\varphi^{(-)}(p_v,0)}^{p_u} g^{(-)}(u, p_v, 0, 0)du} - \sqrt{2\int_{\varphi^{(+)}(p_v,0)}^{p_u} g^{(+)}(u, p_v, 0, 0)du}.$$

Пусть выполнено $H_0^0(p_{0v}) = 0$. Для $p_u \in [\varphi^{(-)}(p_{0v}, 0), \varphi^{(+)}(p_{0v}, 0)]$ подкоренные выражения в функции $\tilde{H}_0(p_u, p_{0v})$ положительны, и существует такое значение параметра p_{0u}, удовлетворяющее условию

$$\varphi^{(-)}(\bar{v}_0^{(-)}(0, p_{0v}), 0) < p_{0u} < \varphi^{(+)}(\bar{v}_0^{(+)}(0, p_{0v}), 0),$$

что выполнено $H(p_{0u}, p_{0v}) = 0$. Также пусть выполнены неравенства

$$\frac{d}{dp_v} H_0^0(p_{0v}) > 0, \quad \frac{\partial}{\partial p_u} \tilde{H}_0(p_{0u}, p_{0v}) > 0. \tag{4}$$

(A3) Рассмотрим задачу на собственные значения

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\psi^{(\mp)}}{dx^2} - \bar{B}^{(\mp)} \dfrac{d\psi^{(\mp)}}{dx} + \lambda^{(\mp)}\psi^{(\mp)} = 0, \quad x \in D^{(\mp)}, \\ \psi^{(\mp)}(0) = 0, \quad \psi^{(\mp)}(\mp 1) = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Пусть выполнено

$$K^{(\mp)}(x) = \bar{B}_v^{(\mp)} \frac{\partial \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x} - |\bar{f}_u^{(\mp)} \varphi_v^{(\mp)}| + \bar{f}_v^{(\mp)} > -\lambda_0^{(\mp)},$$

где $\lambda_0^{(\mp)} > 0$ — главное собственное значение задачи (5).

Асимптотическое приближение решения

Построим формальную асимптотику по методу А.Б. Васильевой в следующем виде

$$\begin{aligned} U^{(\mp)}(x,\varepsilon) &= \bar{u}^{(\mp)}(x,\varepsilon) + Qu^{(\mp)}(\xi,\varepsilon) + Pu^{(\mp)}(\eta_{\mp},\varepsilon), \\ V^{(\mp)}(x,\varepsilon) &= \bar{v}^{(\mp)}(x,\varepsilon) + Qv^{(\mp)}(\xi,\varepsilon) + Pv^{(\mp)}(\eta_{\mp},\varepsilon), \end{aligned} \tag{6}$$

где $\xi = x/\varepsilon$ и $\eta_{\mp} = (x \pm 1)/\varepsilon$. Функции будем строить отдельно в подобластях $D^{(\mp)}$, а затем сшивать согласно условию непрерывности

$$U^{(-)}(0,\varepsilon) = U^{(+)}(0,\varepsilon) = p_u, \quad V^{(-)}(0,\varepsilon) = V^{(+)}(0,\varepsilon) = p_v. \tag{7}$$

Также сшиваются производные формальной асимптотики, откуда в дальнейшем будут найдены коэффициенты $p_u := \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i p_{iu}$ и $p_v := \sum_{i=0}^{n} \varepsilon^i p_{iv}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} U^{(-)}(0,\varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x} U^{(+)}(0,\varepsilon) + O(\varepsilon^n), \\ \frac{\partial}{\partial x} V^{(-)}(0,\varepsilon) &= \frac{\partial}{\partial x} V^{(+)}(0,\varepsilon) + O(\varepsilon^{n+1}). \end{aligned} \tag{8}$$

Нулевой порядок

Запишем задачи для функций переходного слоя медленной компоненты $Qv_0^{(\mp)}(\xi)$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 Qv_0^{(\mp)}}{\partial \xi^2} = 0, \quad \xi \in (0, \mp\infty), \\ Qv_0^{(\mp)}(\mp\infty) = 0. \end{cases}$$

Отметим, что произвольная линейная часть в этих функциях зануляется в силу условий при $\xi \to \mp\infty$, поэтому условий на бесконечности достаточно для однозначного определения функций $Qv_0^{(\mp)}(\xi)$. Так, медленная компонента v в системе Тихоновского типа не формирует переходного слоя в нулевом порядке: $Qv_0^{(\mp)}(\xi) = 0$.

Для функций регулярной части получаем систему

$$\begin{cases} 0 = g^{(\mp)}(\bar{u}_0^{(\mp)}, \bar{v}_0^{(\mp)}, x, 0), \quad x \in D^{(\mp)}, \\ \dfrac{\partial^2 \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x^2} = B^{(\mp)}(\bar{v}_0^{(\mp)}, x)\dfrac{\partial \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x} + f^{(\mp)}(\bar{u}_0^{(\mp)}, \bar{v}_0^{(\mp)}, x, 0), \quad x \in D^{(\mp)}, \\ \bar{v}_0^{(-)}(-1) + Pv_0^{(-)}(0) = v^0, \quad \bar{v}_0^{(+)}(1) + Pv_0^{(+)}(0) = v^1, \quad \bar{v}_0^{(\mp)}(0) = p_v. \end{cases}$$

Система имеет решения $\bar{v}_0^{(\mp)}(x, p_v)$ и $\bar{u}_0^{(\mp)}(x, p_v) := \varphi^{(\mp)}(\bar{v}_0^{(\mp)}(x, p_v), x)$.

Задачи для быстрой компоненты u в нулевом порядке

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 Qu_0^{(\mp)}}{\partial \xi^2} = g^{(\mp)}\left(\bar{u}_0^{(\mp)}(0) + Qu_0^{(\mp)}(\xi),\, \bar{v}_0^{(\mp)}(0),\, 0,\, 0\right), \quad \xi \in (0, \mp\infty), \\ Qu_0^{(\mp)}(0) = p_u - \bar{u}_0^{(\mp)}(0), \quad Qu_0^{(\mp)}(\mp\infty) = 0. \end{cases}$$

Введем функции

$$\tilde{u}(\xi) := \bar{u}_0^{(\mp)}(0) + Qu_0^{(\mp)}(\xi), \quad \Phi^{(\mp)}(\xi) := \frac{d\tilde{u}^{(\mp)}}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} Qu_0^{(\mp)}(\xi),$$

тогда задачу для $Qu_0^{(\mp)}(\xi)$ запишем в следующем виде

$$\begin{cases} \Phi^{(\mp)}(\tilde{u}) := \dfrac{d}{d\xi} Qu_0^{(\mp)}(\xi) = \pm\sqrt{2\int_{\bar{u}_0^{(\mp)}(0)}^{\tilde{u}} g^{(\mp)}(u, \bar{v}_0^{(\mp)}(0), 0, 0)du}, \\ Qu_0^{(\mp)}(0) = p_u - \bar{u}_0^{(\mp)}(0). \end{cases} \tag{9}$$

В силу условия (A2) подкоренное выражение положительно, а значит, решение задачи Коши (9) существует. Для функции $Qu_0^{(\mp)}(\xi)$ и всех ее производных выполнены экспоненциальные оценки вида

$$|Qu_0^{(\mp)}(\xi)| < C\exp(-\kappa\xi), \quad C > 0, \quad \kappa > 0. \tag{10}$$

Также введем обозначения $\tilde{g}^{(\mp)}(\xi) = g^{(\mp)}(\bar{u}_0^{(\mp)}(0) + Qu_0^{(\mp)}(\xi), \bar{v}_0^{(\mp)}(0), 0, 0)$, $\bar{g}^{(\mp)}(x) = g^{(\mp)}(\bar{u}_0^{(\mp)}(x, p_v), \bar{v}_0^{(\mp)}(x, p_v), x, 0)$ и аналогичные для функции f и всех их производных.

Порядки выше нулевого

Как и в нулевом порядке, в первом порядке медленная компонента v не формирует переходного слоя $Qv_1^{(\mp)}(\xi) = 0$. Функции регулярной части асимптотики $\bar{u}_1(x)$ и $\bar{v}_1(x)$ определяются из краевой задачи

$$\begin{cases} \bar{g}_u^{(\mp)} \bar{u}_1^{(\mp)} + \bar{g}_v^{(\mp)} \bar{v}_1^{(\mp)} + \bar{g}_\varepsilon^{(\mp)} = 0, \\ \dfrac{\partial^2 \bar{v}_1^{(\mp)}}{\partial x^2} - \bar{B}^{(\mp)} \dfrac{\partial \bar{v}_1^{(\mp)}}{\partial x} - \bar{B}_v^{(\mp)} \dfrac{\partial \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x} \bar{v}_1^{(\mp)} - \bar{f}_u^{(\mp)} \bar{u}_1^{(\mp)} - \bar{f}_v^{(\mp)} \bar{v}_1^{(\mp)} - \bar{f}_\varepsilon^{(\mp)} = 0, \\ \bar{v}_1^{(-)}(-1) + Pv_1^{(-)}(0) = 0, \quad \bar{v}_1^{(+)}(1) + Pv_1^{(+)}(0) = 0, \quad \bar{v}_1^{(\mp)}(0) = -Qv_1^{(\mp)}(0). \end{cases} \tag{11}$$

Уравнение для $\bar{v}_1^{(\mp)}$ запишем в виде

$$\frac{\partial^2 \bar{v}_1^{(\mp)}}{\partial x^2} - \bar{B}^{(\mp)} \frac{\partial \bar{v}_1^{(\mp)}}{\partial x} - \tilde{K}^{(\mp)}(x) \bar{v}_1^{(\mp)} = f_1^{(\mp)}(x), \quad x \in D^{(\mp)},$$

где

$$\tilde{K}^{(\mp)}(x) = \bar{B}_v^{(\mp)} \frac{\partial \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x} + \bar{f}_u^{(\mp)} \varphi_v^{(\mp)} + \bar{f}_v^{(\mp)} \geqslant \bar{B}_v^{(\mp)} \frac{\partial \bar{v}_0^{(\mp)}}{\partial x} - |\bar{f}_u^{(\mp)} \varphi_v^{(\mp)}| + \bar{f}_v^{(\mp)} = K^{(\mp)}(x).$$

Рассмотрим вспомогательную задачу на собственные значения

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\psi^{(\mp)}}{dx^2} - \bar{B}^{(\mp)}\dfrac{d\psi^{(\mp)}}{dx} + \lambda^{(\mp)}\psi^{(\mp)} = 0, \quad x \in D^{(\mp)}, \\ \psi^{(\mp)}(0) = 0, \quad \psi^{(\mp)}(\mp 1) = 0, \end{cases}$$

Главное обственное значение этой задачи положительно ($\lambda_0^{(\mp)} > 0$), как и соответствующие ему собственные функции $\psi^{(\mp)}(x)$. По условию (A3) $K^{(\mp)}(x) > -\lambda_0^{(\mp)}$, а следовательно и $\tilde{K}^{(\mp)}(x) > -\lambda_0^{(\mp)}$, из чего далее следует однозначная разрешимость системы (11).

Запишем задачи для быстрой компоненты u в первом порядке

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 Qu_1^{(\mp)}}{\partial\xi^2} - g_u^{(\mp)}\left(\bar{u}_0^{(\mp)}(0) + Qu_0^{(\mp)}(\xi),\, \bar{v}_0^{(\mp)}(0),\, 0,\, 0\right) Qu_1^{(\mp)} = Y_1^{(\mp)}(\xi), \\ Qu_1^{(\mp)}(0) = -\bar{u}_1^{(\mp)}(0), \quad Qu_1^{(\mp)}(\mp\infty) = 0, \end{cases}$$

где $Y_1^{(\mp)}(\xi)$ – известная функция.

Для медленной компоненты v переходный слой формируется, начиная со второго порядка: $\dfrac{\partial^2 Qv_2^{(\mp)}}{\partial\xi^2} = \tilde{f}^{(\mp)}(\xi) - \bar{f}^{(\mp)}(x), Qv_2^{(\mp)}(\mp\infty) = 0.$

Далее запишем задачи для всех функций порядков $i = 2, 3, \ldots$ в общем виде. Задачи для функций регулярной части

$$
\begin{cases}
\bar{g}_u^{(\mp)} \bar{u}_i^{(\mp)} + \bar{g}_v^{(\mp)} \bar{v}_i^{(\mp)} + \tilde{G}_i^{(\mp)} = 0, \quad x \in D^{(\mp)}, \\
\dfrac{\partial^2 \bar{v}_i^{(\mp)}}{\partial x^2} - \bar{B}^{(\mp)} \dfrac{\partial \bar{v}_i^{(\mp)}}{\partial x} - K^{(\mp)}(x) \bar{v}_i^{(\mp)} = \tilde{F}_i^{(\mp)}, \quad x \in D^{(\mp)}, \\
\bar{v}_i^{(-)}(-1) + P v_i^{(-)}(0) = 0, \quad \bar{v}_i^{(+)}(1) + P v_i^{(+)}(0) = 0, \quad \bar{v}_i^{(\mp)}(0) = -Q v_i^{(\mp)}(0).
\end{cases}
$$

где $\tilde{G}_i^{(\mp)}$ и $\tilde{F}_i^{(\mp)}$ — известные функции, и задачи разрешимы в силу выполнения условия (A3). Задачи для быстрой компоненты u

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial^2 Q u_i^{(\mp)}}{\partial \xi^2} - g_u^{(\mp)} \left(\bar{u}_0^{(\mp)}(0) + Q u_0^{(\mp)}(\xi),\, \bar{v}_0^{(\mp)}(0),\, 0,\, 0 \right) Q u_i^{(\mp)} = Y_i^{(\mp)}(\xi), \\
Q u_i^{(\mp)}(0) = -\bar{u}_i^{(\mp)}(0), \quad Q u_i^{(\mp)}(\mp\infty) = 0.
\end{cases}
$$

Задачи для медленной компоненты v при $i = 3, 4, \ldots$

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial^2 Q v_i^{(\mp)}}{\partial \xi^2} = Z_i^{(\mp)}(\xi), \quad \xi \in (0, \mp\infty), \\
Q v_i^{(\mp)}(\mp\infty) = 0.
\end{cases}
$$

где функции $Y_i^{(\mp)}(\xi)$ и $Z_i^{(\mp)}(\xi)$ зависят от функций предыдущих порядков.

Существование решения стационарной задачи

Определение. Нижним $(\alpha_u(x,\varepsilon),\alpha_v(x,\varepsilon))$ и верхним $(\beta_u(x,\varepsilon),\beta_v(x,\varepsilon))$ решениями стационарной задачи (1)-(2) называются пары функций, принадлежащие пространству $C(\overline{D})\cap C^2(D^{(-)})\cap C^2(D^{(+)})$ и удовлетворяющие

(У1) $\alpha_u(x,\varepsilon)\leqslant\beta_u(x,\varepsilon)$, $\alpha_v(x,\varepsilon)\leqslant\beta_v(x,\varepsilon)$ для всех $x\in\overline{D}$;

(У2)

$$N_u[\beta_u,v]\leqslant 0\leqslant N_u[\alpha_u,v],\quad N_v[u,\beta_v]\leqslant 0\leqslant N_v[u,\alpha_v],$$

где $x\in D^{(-)}\cup D^{(+)}$, $u\in[\alpha_u(x,\varepsilon),\beta_u(x,\varepsilon)]$, $v\in[\alpha_v(x,\varepsilon),\beta_v(x,\varepsilon)]$;

(У3)

$$\frac{\partial\alpha_u^{(-)}}{\partial x}(0,\varepsilon)\leqslant\frac{\partial\alpha_u^{(+)}}{\partial x}(0,\varepsilon),\quad \frac{\partial\beta_u^{(-)}}{\partial x}(0,\varepsilon)\geqslant\frac{\partial\beta_u^{(+)}}{\partial x}(0,\varepsilon);$$

$$\frac{\partial\alpha_v^{(-)}}{\partial x}(0,\varepsilon)\leqslant\frac{\partial\alpha_v^{(+)}}{\partial x}(0,\varepsilon),\quad \frac{\partial\beta_v^{(-)}}{\partial x}(0,\varepsilon)\geqslant\frac{\partial\beta_v^{(+)}}{\partial x}(0,\varepsilon);$$

(У4)

$$\alpha_u(\mp1,\varepsilon)\leqslant u^{0,1}\leqslant\beta_u(\mp1,\varepsilon),\quad \alpha_v(\mp1,\varepsilon)\leqslant v^{0,1}\leqslant\beta_v(\mp1,\varepsilon).$$

Для доказательства существования решения задачи построим нижнее и верхнее решения как модификацию формальной асимптотики.

Будем модифицировать формальную асимптотику $U^{(\mp)}(x,\varepsilon)$ и $V^{(\mp)}(x,\varepsilon)$, обозначив как $U_n^{(\mp)}(x,\varepsilon)$ и $V_n^{(\mp)}(x,\varepsilon)$, подразумевая, что асимптотика строится до порядка n по ε. Верхнее решение определим

$$\beta_{u,v}(x,\varepsilon) = \begin{cases} \beta_{u,v}^{(-)}(x,\varepsilon), & x \in D^{(-)}, \\ \beta_{u,v}^{(+)}(x,\varepsilon), & x \in D^{(+)}. \end{cases}$$

$$\beta_u^{(\mp)}(x,\varepsilon) = U_n^{(\mp)}(x,\varepsilon) + \varepsilon^n\left(\bar{u}_\beta^{(\mp)}(x) + Qu_\beta^{(\mp)}(\xi)\right) + \varepsilon^{n+1}\left(\exp(-\gamma\eta_\mp) + \Omega_u\right),$$
$$\beta_v^{(\mp)}(x,\varepsilon) = V_n^{(\mp)}(x,\varepsilon) + \varepsilon^n\left(\bar{v}_\beta^{(\mp)}(x) + \varepsilon^2 Qv_\beta^{(\mp)}(\xi)\right) + \varepsilon^{n+1}\left(\exp(-\gamma\eta_\mp) + \Omega_v\right),$$

где $\eta_\mp = (x \pm 1)/\varepsilon$, $\gamma > 0$, а Ω_u и Ω_v — достаточно большие положительные константы, обеспечивающие выполнение граничных условий (У4). Аналогично строится нижнее решение.

Проверим выполнение оставшихся условий. Условие (У1) выполнено по построению нижнего и верхнего решений. Условия (У2) и (У3) проверяются прямой подстановкой функций в исследуемые выражения с учетом выполнения (А1)–(А3).

Итак, при выполнении условий (У1)–(У4) пары функций $(\alpha_u(x,\varepsilon), \alpha_v(x,\varepsilon))$ и $(\beta_u(x,\varepsilon), \beta_v(x,\varepsilon))$ являются нижним и верхним решениями задачи, следовательно справедлива следующая теорема.

Теорема.

Пусть выполнены условия (А1)–(А3). Тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ задача (1)-(2) имеет по крайней мере одно решение $(u(x,\varepsilon), v(x,\varepsilon))$ в пространстве $C(\overline{D}) \cap C^2(D^{(-)}) \cap C^2(D^{(+)})$, причем

$$\alpha_u(x,\varepsilon) \leqslant u(x,\varepsilon) \leqslant \beta_u(x,\varepsilon), \quad \alpha_v(x,\varepsilon) \leqslant v(x,\varepsilon) \leqslant \beta_v(x,\varepsilon).$$

Решение краевой задачи, существование которого доказано теоремой выше, можно рассматривать как стационарное решение соответствующей начально-краевой параболической задачи с такими же условиями на разрыве. Далее можно построить нижнее и верхнее решения для нестационарной задачи и доказать асимптотическую устойчивость стационарного решения (как это сделано в работах [Нефедов. 2021] и [Нефедов, Левашова, Орлов. 2018]).

Спасибо за внимание!