

# ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ГИДРО- И ГАЗОДИНАМИКЕ

4-й курс, 7-ой семестр  
36 лекционных часов  
Форма отчетности-зачет

## Вопросы к зачету

1. Понятие математической модели. Сплошные среды и способы их описания: методы Эйлера и Лагранжа.
2. Основные уравнения: общее уравнение движения жидкого объема, уравнение неразрывности.
3. Понятие идеальной жидкости. Уравнение Эйлера.
4. Модели идеальных несжимаемых, баротропных и бароклинических сред. Постановка внутренних и внешних начально-краевых задач гидродинамики идеальных сред.
5. Понятие вязкой жидкости. Закон Навье-Стокса.
6. Модели вязких несжимаемых, баротропных и бароклинических сред. Внешние и внутренние задачи гидро- и газодинамики с учетом вязкости.
7. Плоские задачи о движении тел в идеальной жидкости: плоское потенциальное течение, комплексная скорость и комплексный потенциал.
8. Общая постановка задачи о движении цилиндра с произвольным гладким сечением в идеальной жидкости. Движение и обтекание кругового цилиндра.
9. Применение метода конформных отображений для решения плоских задач гидродинамики.
10. Примеры гидродинамических задач с точными решениями: стационарные и нестационарные течения вязкой жидкости в трубах с круговым сечением, течение в плоском канале, распределение скоростей в идеальной несжимаемой жидкости при ускоренном движении сферы.
11. Приближенные методы интегрирования уравнений гидродинамики. Предельный случай малых чисел Рейнольдса. Обтекание сферы вязким потоком.
12. Течения, характеризуемые большими числами Рейнольдса: уравнения Прандтля и автомодельные решения. Обтекание полубесконечной пластины и течение в суживающемся канале.
13. Линеаризация уравнений гидродинамики. Акустические колебания в идеальных и слабвязких средах: звуковые колебания идеального разреженного газа в ограниченной области; асимптотическое решение линеаризованной задачи о вынужденных колебаниях газа с малой вязкостью.

## Примеры постановочных задач

1. Поставить задачу, описывающую течение вязкой несжимаемой жидкости под действием внешней распределенной силы при наличии источников вещества, распределенных с заданной плотностью. Начальные распределения скорости и плотности считать заданными. Учесть действие силы тяжести.
2. Поставить задачу для потенциала скорости при ускоренном движении цилиндрического тела с произвольным гладким сечением и твердой непроницаемой поверхностью в идеальной несжимаемой жидкости. Течение считать плоским.
3. Поставить задачу, описывающую колебания идеальной несжимаемой среды в неограниченной области в поле силы тяжести, порождаемые колебаниями тела конечных размеров при условии, что поверхность тела движется в направлении

собственной нормали с заданной скоростью. Начальное распределение скорости считать заданным.

4. Поставить задачу, описывающую нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в трубе с прямоугольным сечением под действием продольного градиента давления в поле силы тяжести.
5. Сформулировать задачу обтекания вязким потоком препятствия конечных размеров при условии, что скорость течения жидкости на бесконечности постоянна.
6. Поставить задачу, описывающую колебания вязкой несжимаемой жидкости в поле силы тяжести, если источником движения является поверхность тела конечного размера, погруженного в жидкость.
7. Поставить задачу, описывающую нестационарное течение вязкой баротропной жидкости в трубе с круговым сечением под действием продольного градиента давления из состояния покоя. Зависимость плотности от давления считать заданной. Действием силы тяжести пренебречь.

### Список литературы

1. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика. Часть 1, 2. М.: ФМГИЗ, 1963.
2. *Ламб Г.* Гидродинамика. Ижевск: РХД, 2003.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Гидродинамика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
4. *Шкадов В.Я., Запryanов З.Д.* Течения вязкой жидкости. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.
5. *А.Н. Тихонов, А.А. Самарский.* Уравнения математической физики. М.: Из-во МГУ, 1999.
6. *Б.М. Будаk, С.В. Фомин.* Кратные интегралы и ряды. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.
7. *М. А. Давыдова.* Лекции по гидродинамике. –М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
8. *В. Ф. Бутузов, Н. Н. Нефедов, Е. В. Федотова.* Асимптотическое решение линеаризованной задачи о распространении звука в ограниченной среде с малой вязкостью. //Вычисл. матем. и матем. физ. 1987. 27. №2. С. 226-236.
9. *В. Ф. Бутузов, Н. Н. Нефедов, Е. В. Полежаева.* Асимптотическое решение линеаризованных задач о собственных и вынужденных резонансных колебаниях среды с малой вязкостью. //Вычисл. матем. и матем. физ. 1989. 29. №7. С. 1023-1035.
10. *К. А. Велижанина, Е.А. Вожукова, Н. Н. Нефедов.* О влиянии вязкости и теплопроводности среды на характеристики цилиндрического резонатора. // Акустический журнал. 1986. 32. №1. С. 114-116.
11. *N. Nefedov.* On some singularly perturbed problems for viscous stratified fluids. - Journal of mathematical analyses and applications, 1988. 131, №1, p. 118-126.