

Пример реализации разностной схемы для задачи

$$\begin{cases} (k(x)u'(x))' = -f(x), & x \in (0, x_0) \cup (x_0, L), \\ u(0) = g_1, & u(L) = g_2, \\ [u]_{x=x_0} = 0, & [ku']_{x=x_0} = 0, \end{cases}$$

где

$$k(x) = \begin{cases} k_1, & x < x_0 \\ k_2, & x > x_0 \end{cases}$$

с учетом условий сопряжения:

```
// Задание сетки-----
L=1;           // длина расчетного участка
x0=0.33333333; // точка разрыва функции k(x)
N1=11;        // число узлов по x
h1=x0/(N1-1); // шаг по x при x<=x0
N=N1+round((L-x0)*(N1-1)/x0);
h2=(L-x0)/(N-N1);
x=zeros(N,1);
for n=1:N
    if n<=N1
        x(n)=(n-1)*h1;
    else
        x(n)=x0+(n-N1)*h2;
    end
end

// Входные данные задачи-----
k1=1; // значение k(x) при x<x0
k2=2; // значение k(x) при x>x0
g1=1;
g2=0;

// Аналитическое решение-----
u=zeros(N,1);
каппа=k1/k2;
a=1/(каппа+(1-каппа)*x0);
b=каппа*a;
for n=1:N
    if x(n)<=x0
        u(n)=1-a*x(n);
    else
        u(n)=b*(1-x(n));
    end
end

// Численное решение-----
y=zeros(N,1);
err=zeros(N,1);
alpha=zeros(N-1,1);
beta=zeros(N-1,1);
```

```

beta(1)=g1;
// Прямой ход прогонки:
for n=2:N-1
    if n<N1
        A=k1/h1^2;
        B=k1/h1^2;
        C=2*k1/h1^2;
    end
    if n==N1
        A=k1/h1;
        B=k2/h2;
        C=A+B;
    end
    if n>N1
        A=k2/h2^2;
        B=k2/h2^2;
        C=2*k2/h2^2;
    end
    alpha(n)=B/(C-A*alpha(n-1));
    beta(n)=A*beta(n-1)/(C-A*alpha(n-1));
end
// Обратный ход прогонки:
y(N)=g2;
for n=N-1:-1:1
    y(n)=alpha(n)*y(n+1)+beta(n);
    err(n)=abs(y(n)-u(n));
end
//-----
figure
plot(x,u,'linewidth',2)
xlabel('x')
ylabel('u')
title('analitical solution')

figure
plot(x,y,'linewidth',2)
xlabel('x')
ylabel('y')
title('calculated solution')

figure
plot(x,err*100/max(u),'linewidth',2)
xlabel('x')
ylabel('err, %')
title('error')

```

Пример реализации консервативной разностной схемы для задачи

$$\begin{cases} (k(x)u'(x))' = -f(x), & x \in (0, x_0) \cup (x_0, L), \\ u(0) = g_1, & u(L) = g_2, \\ [u]_{x=x_0} = 0, & [ku']_{x=x_0} = 0, \end{cases}$$

где

$$k(x) = \begin{cases} k_1, & x < x_0, \\ k_2, & x > x_0, \end{cases}$$

полученной методом баланса:

```
// Задание сетки-----
L=1;           // длина расчетного участка
x0=0.33333333; // точка разрыва функции k(x)
N=101;        // число узлов по x
h=L/(N-1);    // шаг по x
x=zeros(N,1);
for n=1:N
    x(n)=(n-1)*h;
end

// Входные данные задачи-----
k1=1;         // значение k(x) при x<x0
k2=2;         // значение k(x) при x>x0
g1=1;
g2=0;

// Аналитическое решение-----
u=zeros(N,1);
каппа=k1/k2;
a=1/(каппа+(1-каппа)*x0);
b=каппа*a;
for n=1:N
    if x(n)<=x0
        u(n)=1-a*x(n);
    else
        u(n)=b*(1-x(n));
    end
end

// Численное решение-----
y=zeros(N,1);
err=zeros(N,1);
alpha=zeros(N-1,1);
beta=zeros(N-1,1);
beta(1)=g1;
// Прямой ход прогонки:
for n=2:N-1
    if x(n+1)<=x0
        a=k1;
        b=k1;
```

```

end
if x(n-1)>=x0
    a=k2;
    b=k2;
end
if (x(n)<=x0)&(x(n+1)>=x0)
    a=k1;
    // первый вариант, если b получаем интегрированием:
    b=h/((x0-x(n))/k1+(x(n+1)-x0)/k2);
    // второй вариант, если под интегралом берем k(x_n+0.5h)
//    if (x(n)+x(n+1))/2<=x0
//        b=k1;
//    else
//        b=k2;
//    end
end
if (x(n-1)<=x0)&(x(n)>=x0)
    // первый вариант, если a получаем интегрированием:
    a=h/((x0-x(n-1))/k1+(x(n)-x0)/k2);
    // второй вариант, если под интегралом берем k(x_n+0.5h)
//    if (x(n-1)+x(n))/2<=x0
//        a=k1;
//    else
//        a=k2;
//    end

    b=k2;
end
A=a/h^2;
B=b/h^2;
C=A+B;
alpha(n)=B/(C-A*alpha(n-1));
beta(n)=A*beta(n-1)/(C-A*alpha(n-1));
end
// Обратный ход прогонки:
y(N)=g2;
for n=N-1:-1:1
    y(n)=alpha(n)*y(n+1)+beta(n);
    err(n)=abs(y(n)-u(n));
end
//-----
figure
plot(x,u,'linewidth',2)
xlabel('x')
ylabel('u')
title('analytical solution')

figure
plot(x,y,'linewidth',2)
xlabel('x')
ylabel('y')
title('calculated solution')

```

```
figure
plot(x,err*100/max(u),linewidth!,2)
xlabel('x')
ylabel('err, %')
title('error')
```