

// Схема "крест" для уравнения колебаний на отрезке

// Создание сетки:-----

N=51; // число узлов по x

M=61; // число узлов по t должно удовлетворять условию устойчивости

pi=3.141592653;

x=zeros(N,1);

// сетка, дающая первый порядок аппроксимации по h:

// h=1/(N-1);

// for i=1:N

// x(i)=(i-1)\*h;

// end

// сетка, дающая второй порядок аппроксимации по h:

h=1/(N-2);

for i=1:N

x(i)=(i-1)-1/2)\*h;

end

t=zeros(M,1);

tau=1/(M-1);

for j=1:M

t(j)=(j-1)\*tau;

end

//-----

// численное решение:-----

y=zeros(M,N);

// начальное условие:

for i=2:N-1

y(1,i)=cos(pi\*x(i));

y(2,i)=y(1,i)+tau\*x(i)\*x(i)-(pi\*tau)^2\*cos(pi\*x(i))/2;

end

y(1,1)=y(1,2);

y(1,N)=y(1,N-1);

y(2,1)=y(2,2);

y(2,N)=y(2,N-1)+2\*h\*sin(tau);

for j=2:M-1

// решение уравнения на внутренних точках:

for i=2:N-1

y(j+1,i)=2\*y(j,i)-y(j-1,i)+tau^2\*(y(j,i+1)-2\*y(j,i)+y(j,i-1))/h^2-...  
tau^2\*x(i)\*x(i)\*sin(t(j));

end

// граничные условия:

y(j+1,1)=y(j+1,2);

y(j+1,N)=y(j+1,N-1)+2\*h\*sin(t(j+1));

end

//-----

```
// аналитическое решение и вычисление погрешности:-----
```

```
u=zeros(M,N);  
err=zeros(M,N);  
for i=1:N  
    for j=1:M  
        u(j,i)=2*t(j)+(x(i)*x(i)-2)*sin(t(j))+cos(pi*t(j))*cos(pi*x(i));  
        err(j,i)=u(j,i)-y(j,i);  
    end  
end
```

```
//-----
```

```
figure  
surf(x,t,y)  
xlabel('x')  
ylabel('t')  
zlabel('y')  
title('numerical solution')
```

```
figure  
surf(x,t,u)  
xlabel('x')  
ylabel('t')  
zlabel('u')  
title('analitical solution')
```

```
figure  
surf(x,t,err)  
xlabel('x')  
ylabel('t')  
zlabel('err')  
title('error')
```

*// Неявная схема для уравнения колебаний на отрезке*

*// Создание сетки:-----*

N=51; *//число узлов по x*

M=41; *//*

pi=3.141592653;

x=zeros(N,1);

*// сетка, дающая первый порядок аппроксимации по h:*

*// h=1/(N-1);*

*// for i=1:N*

*// x(i)=(i-1)\*h;*

*// end*

*// сетка, дающая второй порядок аппроксимации по h:*

h=1/(N-2);

for i=1:N

    x(i)=((i-1)-1/2)\*h;

end

t=zeros(M,1);

tau=1/(M-1);

for j=1:M

    t(j)=(j-1)\*tau;

end

*//-----*

*// численное решение:-----*

y=zeros(M,N);

*// начальное условие:*

for i=2:N-1

    y(1,i)=cos(pi\*x(i));

    y(2,i)=y(1,i)+tau\*x(i)\*x(i)-(pi\*tau)^2\*cos(pi\*x(i))/2;

end

y(1,1)=y(1,2);

y(1,N)=y(1,N-1);

y(2,1)=y(2,2);

y(2,N)=y(2,N-1)+2\*h\*sin(tau);

sigma=0.25; *// Параметр sigma неявной схемы*

*// Создание массивов прогоночных коэффициентов:*

alpha=zeros(N-1,1);

bet=zeros(N-1,1);

*// Граничные условия при x=0:*

alpha(1)=1;

bet(1)=0;

*// Параметры системы:*

A=sigma\*tau^2/(h^2);

B=A;

C=2\*A+1;

```

for j=2:M-1
    // прямой ход прогонки:
    for i=2:N-1
        F=2*y(j,i)-y(j-1,i)+tau^2*(sigma*(y(j-1,i-1)-2*y(j-1,i)+y(j-1,i+1))/h^2+...
            (1-2*sigma)*(y(j,i-1)-2*y(j,i)+y(j,i+1))/h^2-x(i)*x(i)*sin(t(j)));
        alpha(i)=B/(C-A*alpha(i-1));
        bet(i)=(A*bet(i-1)+F)/(C-A*alpha(i-1));
    end
    kappa_2=1;
    mu_2=2*h*sin(t(j+1));
    // обратный ход прогонки:
    y(j+1,N)=(mu_2+kappa_2*bet(N-1))/(1-kappa_2*alpha(N-1));
    for i=N-1:-1:1
        y(j+1,i)=alpha(i)*y(j+1,i+1)+bet(i);
    end
end
//-----

// аналитическое решение и вычисление погрешности:-----
u=zeros(M,N);
err=zeros(M,N);
for i=1:N
    for j=1:M
        u(j,i)=2*t(j)+(x(i)*x(i)-2)*sin(t(j))+cos(pi*t(j))*cos(pi*x(i));
        err(j,i)=u(j,i)-y(j,i);
    end
end

//-----
figure
surf(x,t,y)
xlabel('x')
ylabel('t')
zlabel('y')
title('numerical solution')

figure
surf(x,t,u)
xlabel('x')
ylabel('t')
zlabel('u')
title('analitical solution')

figure
surf(x,t,err)
xlabel('x')
ylabel('t')
zlabel('err')
title('error')

```