

Теория чисел и ее применение в экономике, квантовой статистике и лингвистике

Обобщенная задача о разбиениях:

Для заданной последовательности $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_k \leq \dots$ найти асимптотику при $\lambda \rightarrow \infty$ числа наборов $\{n_j\}$ неотрицательных целых чисел, таких, что $\sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j n_j < \lambda$.

(При $\lambda_j = j$ получается знаменитая задача о разбиениях натуральных чисел в сумму натуральных – Харди, Рамануджан, Радемахер...)

- В теории чисел В.П. Маслов с использованием метода Рэнкина занимался исследованием уклонений разбиений $\{n_j\}$ от их «типичной» формы, задаваемой распределением Бозе – Эйнштейна $\overline{n_j} = \frac{1}{e^{\beta \lambda_j} - 1}$ или, при ограничении $n_j \in \{0,1\}$, Ферми – Дирака $\overline{n_j} = \frac{1}{e^{\beta \lambda_j} + 1}$.
- В квантовой статистике систем неразличимых частиц распределение частиц по уровням энергии описывается решениями задачи о разбиениях, в которой считающая функция последовательности $\{\lambda_j\}$ имеет асимптотику $\#\{j: \lambda_j \leq \lambda\} \approx C \lambda^d$ при $\lambda \rightarrow \infty$, где d – число степеней свободы частицы. В.П. Маслов
 - предложил для описания реальных газов использовать распределения, отвечающие дробному числу степеней свободы (газ Бозе – Маслова),
 - выдвинул идею об использовании статистики неразличимых частиц для систем не только квантовых, но и классических частиц.
- В математической экономике В.П. Маслов изучал возможность использования термодинамических законов Бозе-жидкости как модели законов экономики, включая распределение банковских вкладов по размерам, аналогии между фазовыми переходами в термодинамике и различными скачкообразными процессами в экономике и политике.
- В 1920-годах американским лингвистом Ципфом был эмпирически подмечен закон распределения для логарифма ранга (номера) слов в частотных словарях. В.П. Масловым на основе решения задачи о разбиениях предложено «квантование» закона Ципфа – его уточнение в терминах самих рангов (а не их логарифмов), согласно которому порядковый номер слова в частотном словаре задается формулой $N = N_0 - \sum_{j=1}^{\omega} \frac{1}{j(e^{\beta_j + \sigma} - 1)}$, где N_0 – общее число слов в словаре, ω – встречаемость данного слова, β и σ – параметры, зависящие от рассматриваемого корпуса текстов.

Литература:

В.П. Маслов, *Квантовая экономика*, М.: Наука, 2006.

В.П. Маслов, «Фазовые переходы нулевого рода и квантование закона Ципфа», *ТМФ*, 150:1 (2007), 118–142.

В.П. Маслов, «Новые формулы, связанные с аналитической теорией чисел, и их приложение к статистической физике», *ТМФ*, 196:1 (2018), 161–166.