

В этом задании предлагается написать программу, демонстрирующую различные аспекты оптимального линейного оценивания. Модель измерения имитирует простой эксперимент измерения “сглаженного” сигнала.

1. Моделирование измерения.

- (a) Сгенерируйте случайный сигнал x , обладающий определенными корреляционными свойствами:
 - i. Сгенерируйте “белый шум” $\mu \sim (0, I)$, компоненты которого μ_i независимы и одинаково распределены $E\mu_i = 0$ и $D\mu_i = 1$.
 - ii. “Сгладьте” его с помощью некоторой матрицы B .
 - iii. Тогда $x = B\mu \sim (0, F)$, where $F = Dx = BB^T$.
- (b) Постройте матрицу A .
- (c) Сформируйте результат измерения $y = Ax + \nu$.

2. Оценивание: Постройте оптимальную линейную оценку \hat{x} и матрицу вариаций $D(\hat{x} - x)$. Покажите на графике:

- (a) Исходный сигнал x (кривая с компонентами x_i),
- (b) Его оценка \hat{x} (кривая с компонентами \hat{x}_i),
- (c) Стандартные отклонения для оценок \hat{x}_i ($= \sqrt{D(\hat{x}_i - x_i)} = \sqrt{D(\hat{x} - x)}_{ii}$). Их можно проиллюстрировать, изобразив соответствующий “коридор” около \hat{x}_i .

3. Проиллюстрируйте оценки (пункт 2) для различных ситуаций:

- (a) Однократное измерение (y, A, S) .
 - i. Преобразуйте измерение (y, A, S) в каноническую форму (T, v) .
 - ii. Построить оценку, используя каноническую информацию.
- (b) Однократное измерение (y, A, S) с априорной информацией $x \sim (0, F)$:
 - i. Преобразуйте априорную информацию в каноническую форму.
 - ii. Преобразуйте измерение в каноническую форму.
 - iii. Объедините эти части канонической информации.
 - iv. Построить оценку, основанную на комбинированной канонической информации.
- (c) Много измерений (y_j, A_j, S_j) без априорной информации.
 - i. Смоделируйте последовательность измерений одного и того же сигнала x , с различными матрицами A_j (и, возможно, S_j).
 - ii. Извлеките каноническую информацию из каждого измерения.
 - iii. Объедините части канонической информации.
 - iv. Постройте оценку, основанную на комбинированной канонической информации.
- (d) Много измерений (y_j, A_j, S_j) , но теперь с априорной информацией $x \sim (0, F)$.
 - i. Преобразуйте априорную информацию в каноническую форму.
 - ii. Смоделируйте последовательность измерений одного и того же сигнала x , с различными матрицами A_j (и, возможно, S_j).
 - iii. Извлеките каноническую информацию из каждого измерения.
 - iv. Объедините части канонической информации.
 - v. Постройте оценку, основанную на комбинированной канонической информации.