

Билеты 1

**СПИСОК ВОПРОСОВ К ЗАЧЕТУ ПО
«ФУНКЦИОНАЛЬНОМУ АНАЛИЗУ»**

1. Определение функции из $BV[a, b]$.
2. Теорема о монотонности величины $V_a^b(f)$.
3. Теорема о представлении $BV[a, b] \ni f(x) = f_1(x) - f_2(x)$.
4. Определение интеграла Римана–Стилтьеса.
5. Теорема о достаточном условии существовании интеграла Р-С.
6. Формула интегрирование по частям.
7. Два определения функции из $AC[a, b]$.
8. Теорема о дифференцировании Лебега (без д-ва.)
9. Формула интегрирования по частям.
10. Пространства Гёльдера $C^{2+\alpha}(\Omega)$ и $C^{1+\alpha/2, 2+\alpha}(D)$.
11. Определение сглаживания.
12. Теорема о свойствах сглаживания (без д-ва.)
- +13. Доказательство утверждения:

$$\sup_{h(x) \in C_0^\infty(a, b), |h| \leq 1} \int_a^b u(x)h(x) dx = \int_a^b |u(x)| dx.$$

14. Основная лемма вариационного исчисления.
- 15+. Обобщенное неравенство Гёльдера.
16. Теорема Рисса (без д-ва.)
17. Определение пространства $\mathcal{D}(K)$, где $K \subset \mathbb{R}^N$ — компакт.
18. Определение пространства основных функций $\mathcal{D}(\mathbb{R}^N)$.
19. Определение пространства $\mathcal{D}'(\mathbb{R}^N)$.
20. $\delta(x)$ — сингулярная функция.
21. Определение пространства $\mathcal{P}(\mathbb{R}^N)$.

22. Определение прямого и обратного преобразования Фурье.
23. Доказательство того, что $F^{-1}F = I$.
24. Определение слабой производной.
25. Определение сильной производной.
26. Теорема об эквивалентности этих двух определений.
27. Теорема о слабой производной произведения функций.
28. Теорема о слабой производной сложной функции.
29. Определение пространств С. Л. Соболева $H^1(\Omega)$ и $H_0^1(\Omega)$.
30. Неравенство Фридрикса (без д-ва.)
31. Эквивалентная норма на $H_0^1(\Omega)$.
32. Пространство $H^{-1}(\Omega)$.
33. Расширение оператора Лапласа на $H_0^1(\Omega)$.
34. Слабая постановка задачи Дирихле с однородным граничным условием на $\partial\Omega$.
35. Однозначная разрешимость в слабом смысле.
36. Теорема о непрерывном вложении при $N > p$.
37. Неравенство Морри.
38. Определение простой функции.
39. Определение интеграла Бохнера для простой функции и для произвольной функции.
40. Определение слабой и сильной измеримости.
41. Лемма о слабой измеримости сильно измеримой функции.
42. Теорема об НИДУ интегрируемости сильно измеримой функции.
43. Определение пространства Лебега $L^p(0, T; \mathbb{B})$.
44. Теорема Лионса-Обэна