

Руководители группы



Бутузов Валентин Федорович

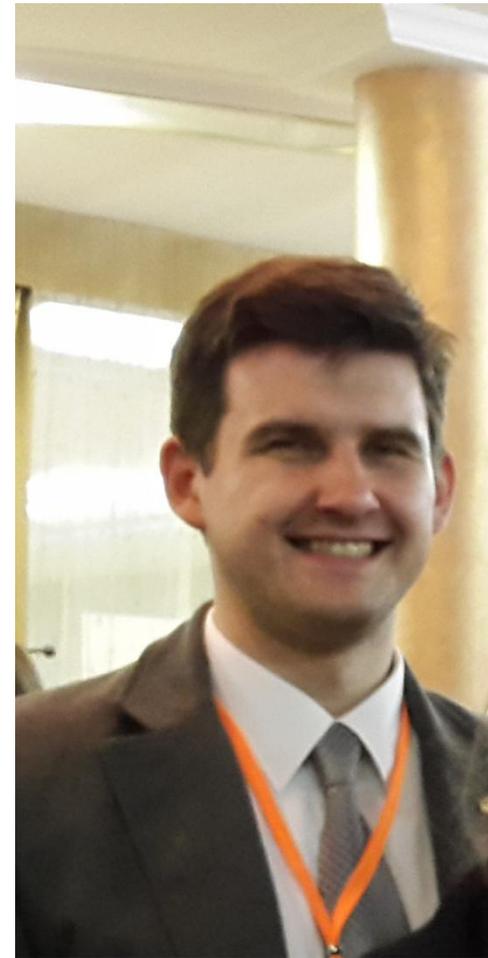
Нефедов Николай Николаевич



Участники группы



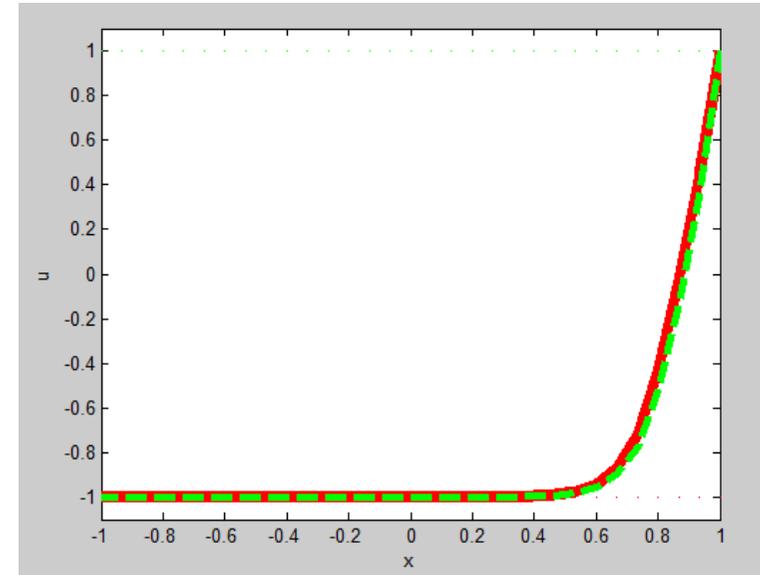
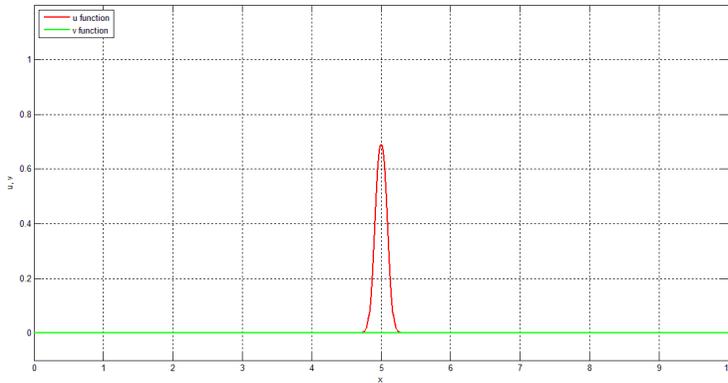
Участники группы



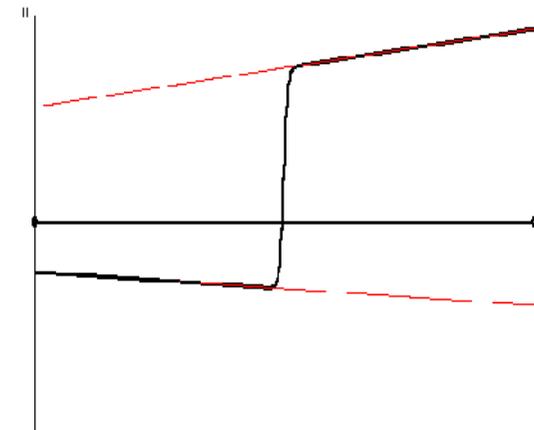
Объект изучения

Погранслойное решение

Контрастная структура типа всплеска



Контрастной структурой типа ступеньки (КСТС) называется функция, внутри области определения которой есть интервал, на котором происходит резкое изменение значений этой функции. Эта область называется внутренним переходным слоем.

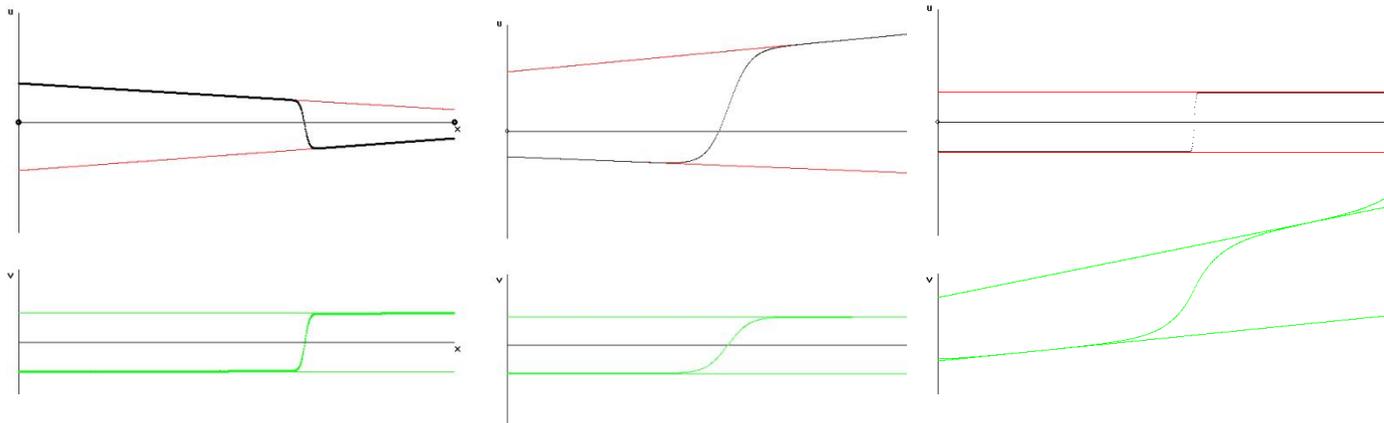


Контрастные структуры различной конфигурации

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) = u - (v + 0.4)(x + 1.5) \\ \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \left(v + \frac{u}{2} + 0.2x - 0.5 \right) (v^2 - 1) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \varepsilon^4 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial t} \right) = u(u - \alpha)(u - 1) + uv, \\ \varepsilon^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \gamma v - \beta u, \end{array}$$

$\varepsilon \ll 1$ малый параметр

$$\begin{aligned} u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0, \quad v_x(0, t) = v_x(l, t) = 0, \quad t \in (0, T], \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad x \in [0, l]. \end{aligned}$$



Математическое моделирование с
использованием теории
контрастных структур

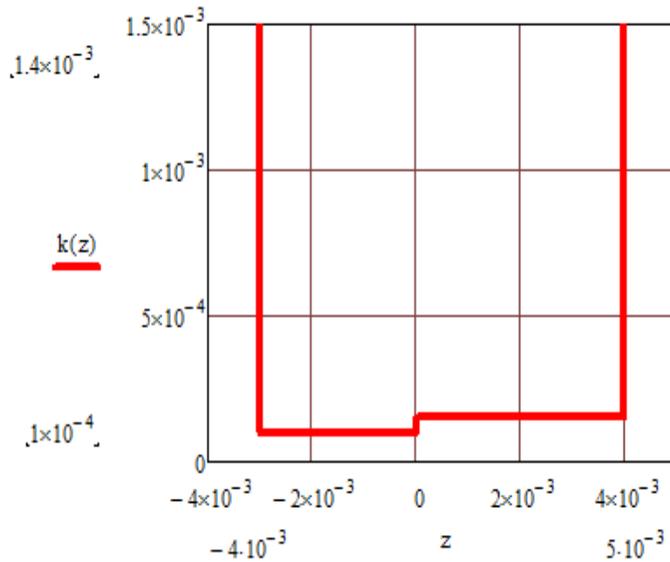
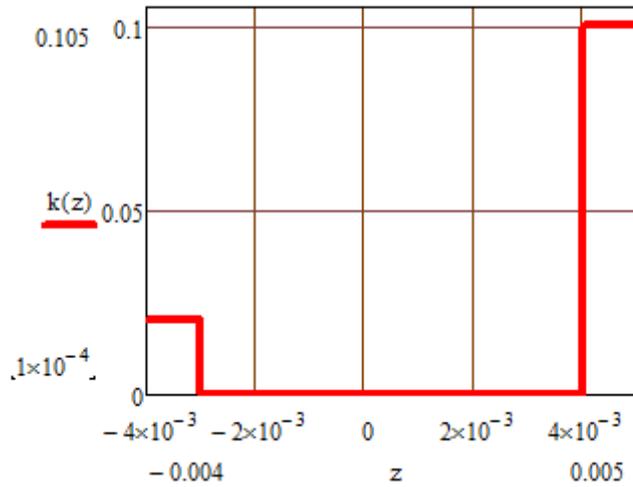
Температура на границе вода-воздух

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k(z) \frac{\partial u(z, t)}{\partial z} \right) - \frac{\partial u(z, t)}{\partial t} = f(u, z), \quad z \in (-a, a), t \in (0; \infty)$$

$$\left. \frac{du}{dz} \right|_{z=-a} = 0; \quad \left. \frac{du}{dz} \right|_{z=a} = 0; \quad k(z) = \begin{cases} 100 \cdot \kappa, & \tilde{z} \leq \tilde{z}_1; \\ \kappa, & \tilde{z}_1 < \tilde{z} \leq \tilde{z}_0; \\ m \cdot \kappa, & \tilde{z}_0 < \tilde{z} \leq \tilde{z}_2; \\ 1000 \cdot \kappa, & \tilde{z} > \tilde{z}_2. \end{cases}$$
$$u(z, 0) = u_0(z)$$

$$\kappa = 3,1 \cdot 10^{-4}$$

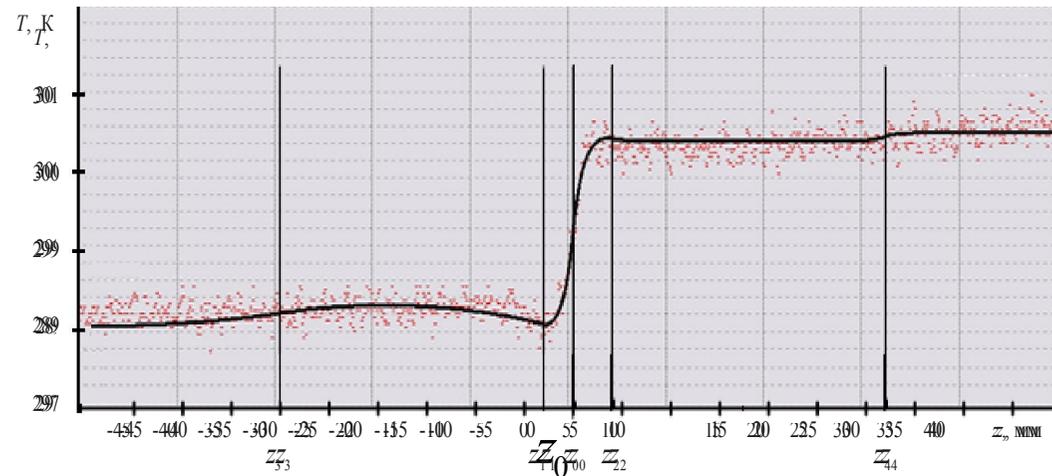
Разрывный коэффициент температуропроводности



Разрывная функция в правой части уравнения

$$f(u, z) = \begin{cases} u - (u_w + \delta W), & z < z_0; \\ u - (u_a + \delta A), & z \geq z_0. \end{cases}$$

Результаты численного счета согласно модели



Моделирование волновых функций носителей в гетероструктурах Si-Ge

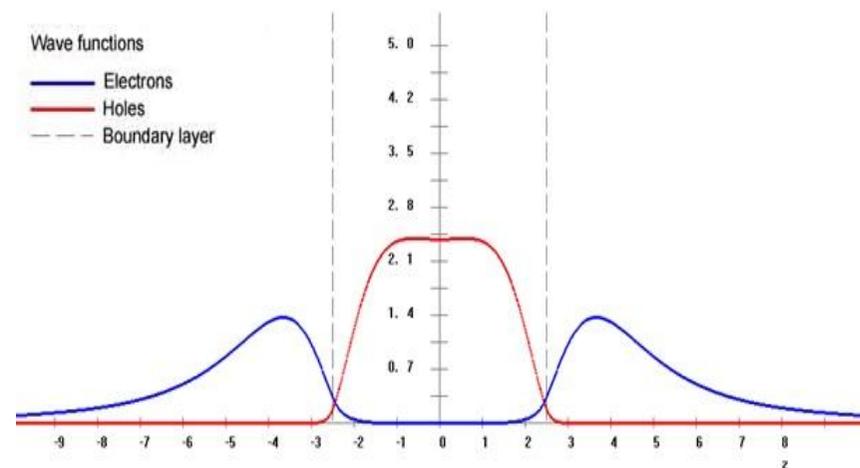
$$\mu^2 \frac{d^2 \Psi_e}{dz^2} = (V_e(z) - \varphi(z) - E_e) \Psi_e + N |\Psi_e|^{1/2} \Psi_e;$$

$$\mu^2 \frac{d^2 \Psi_h}{dz^2} = (V_h(z) + \varphi(z) - E_h) \Psi_h + N |\Psi_h|^{1/2} \Psi_h;$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dz^2} = K (|\Psi_e|^2 - |\Psi_h|^2), \quad K = 4\pi \frac{n_0 \cdot a_x^2}{\mu} \sim 1$$

$$V_e(z) = \begin{cases} 0, & |z| > L/2; \\ V_e, & |z| < L/2. \end{cases}$$

$$V_h(z) = \begin{cases} 0, & |z| > L/2; \\ -V_h, & |z| < L/2. \end{cases}$$



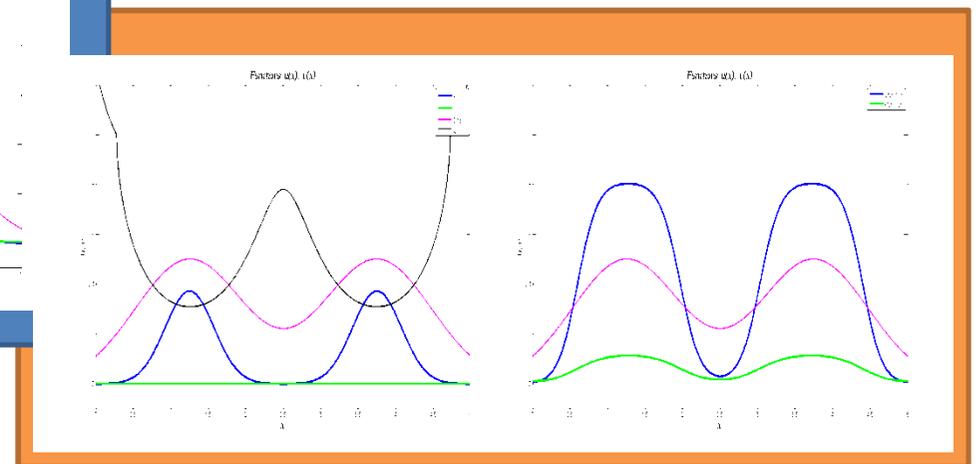
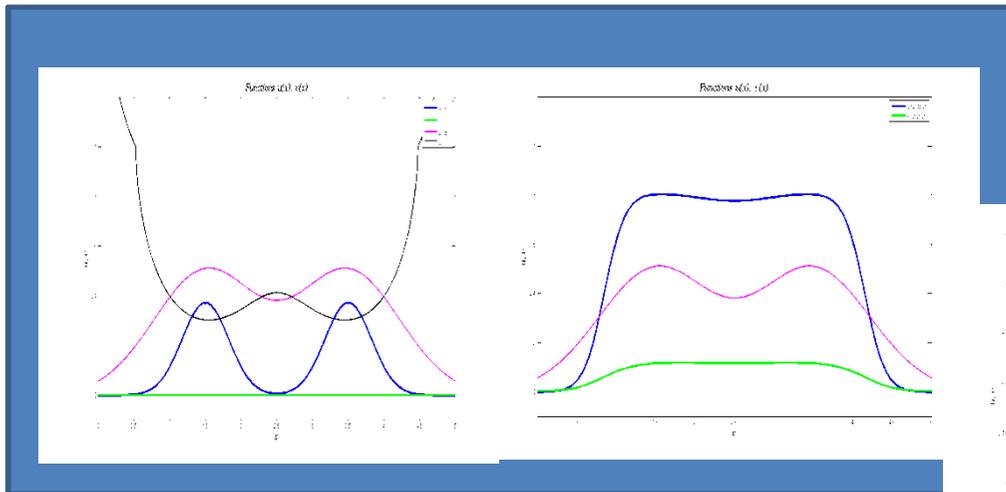
Модель урбоэкосистемы

$$\begin{cases} \varepsilon \left(\frac{\partial u}{\partial t} - D_u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{\varepsilon} (-u(u - \alpha)(u - 1) - uv), \\ \frac{\partial v}{\partial t} - \varepsilon D_v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = -\gamma v + \beta u \end{cases}$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad v(x, 0) = v_0(x), \quad x \in [0, l],$$

$$u_x(0, t) = u_x(l, t) = 0, \quad v_x(0, t) = v_x(l, t) = 0, \quad t \in (0, T].$$

- u – функция интенсивности активатора (антропогенных процессов)
- v – функция интенсивности ингибитора (природных процессов).
- α - параметр активации системы (обратно пропорционален плотности населения)



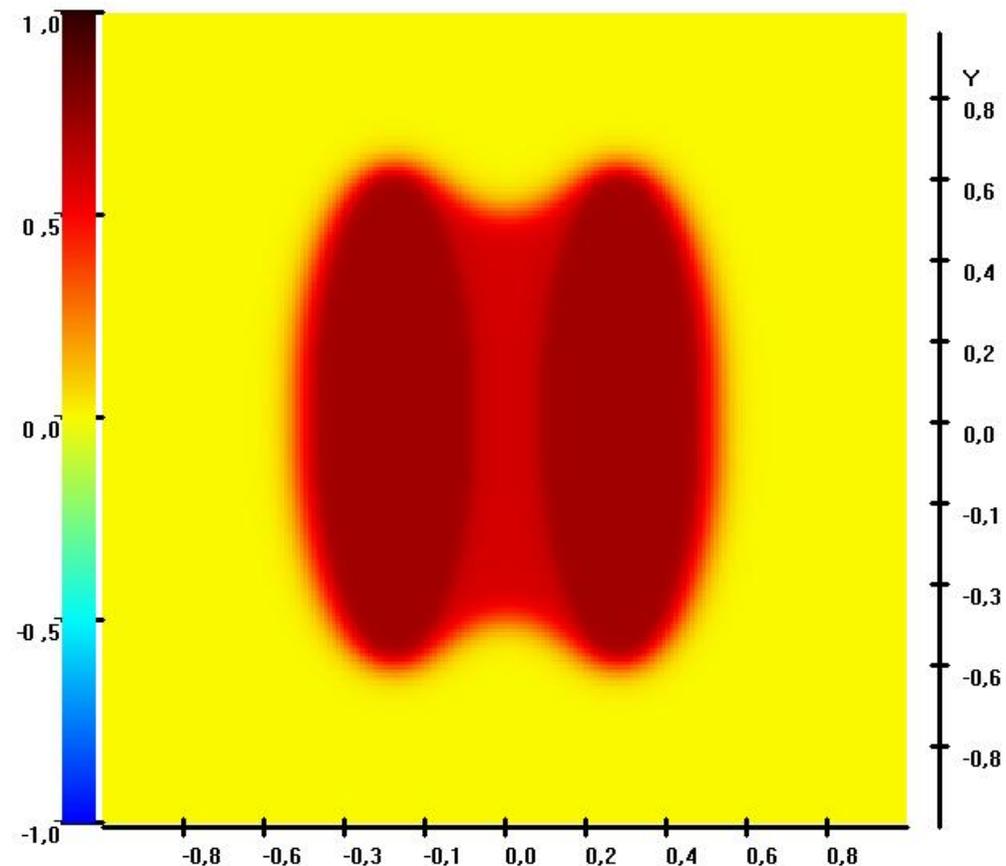
Модель городского биоценоза на базе системы ФицХью-Нагумо

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} - \varepsilon D_u \Delta u = -\frac{1}{\varepsilon} (u(u - \alpha(x))(u - 1) + uv), \\ \frac{\partial v}{\partial t} - \varepsilon D_v \Delta v = (-\gamma v + \beta u) \end{cases}$$

$$\alpha(x) = \begin{cases} \alpha^{(in)}, & M \in D^{(in)} \\ \alpha^{(ex)}, & M \in D^{(ex)} \end{cases}$$

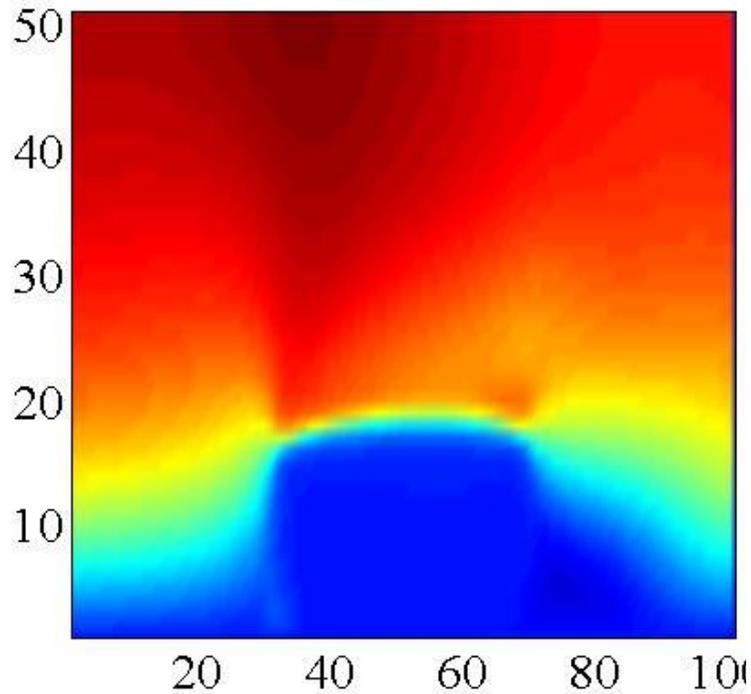
U-COMPONENT

- u – функция интенсивности активатора (антропогенных процессов)
- v – функция интенсивности ингибитора (природных процессов).
- α - параметр активации системы (обратно пропорционален плотности населения)

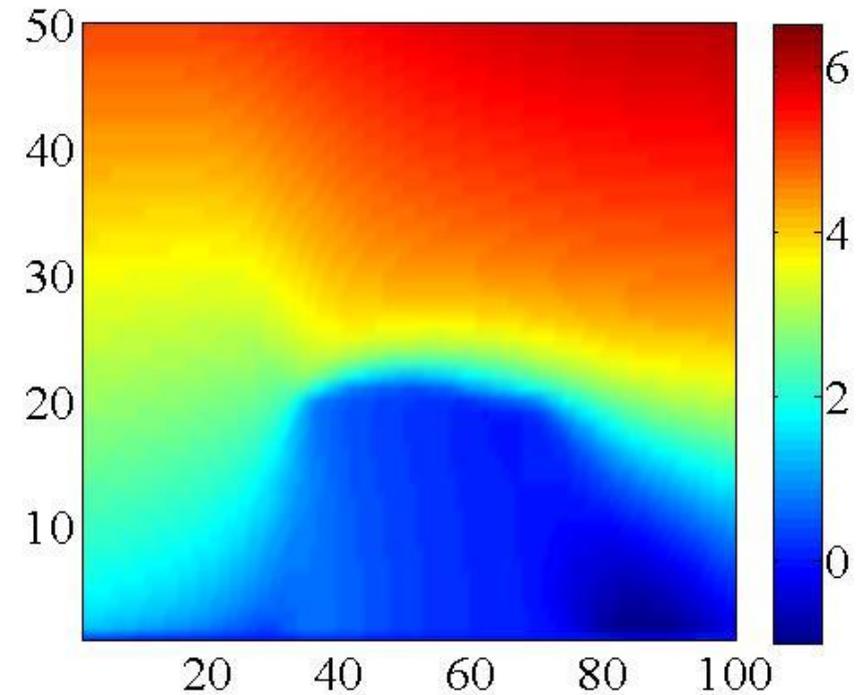


Обтекание воздушным потоком лесной полосы

Использование теории
контрастных структур

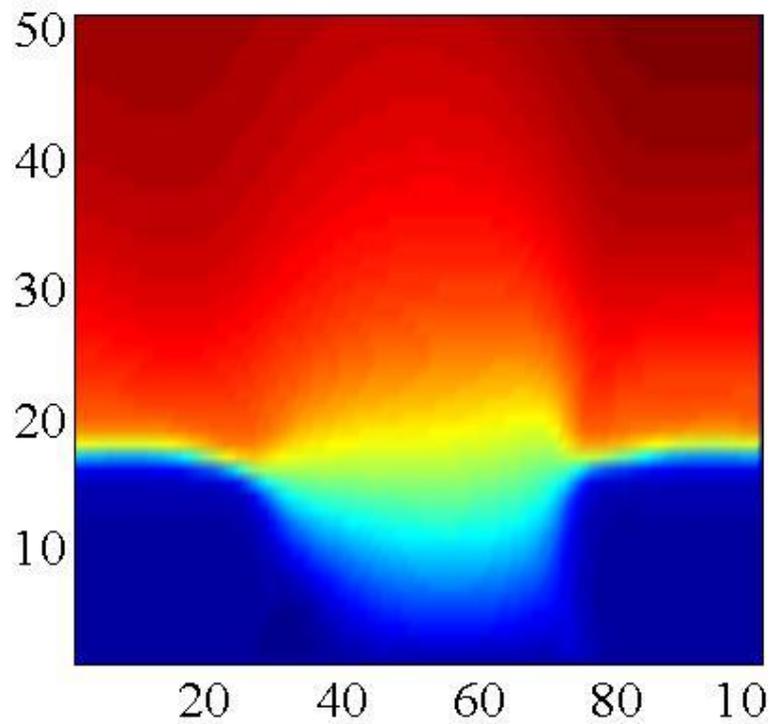


Классическая модель

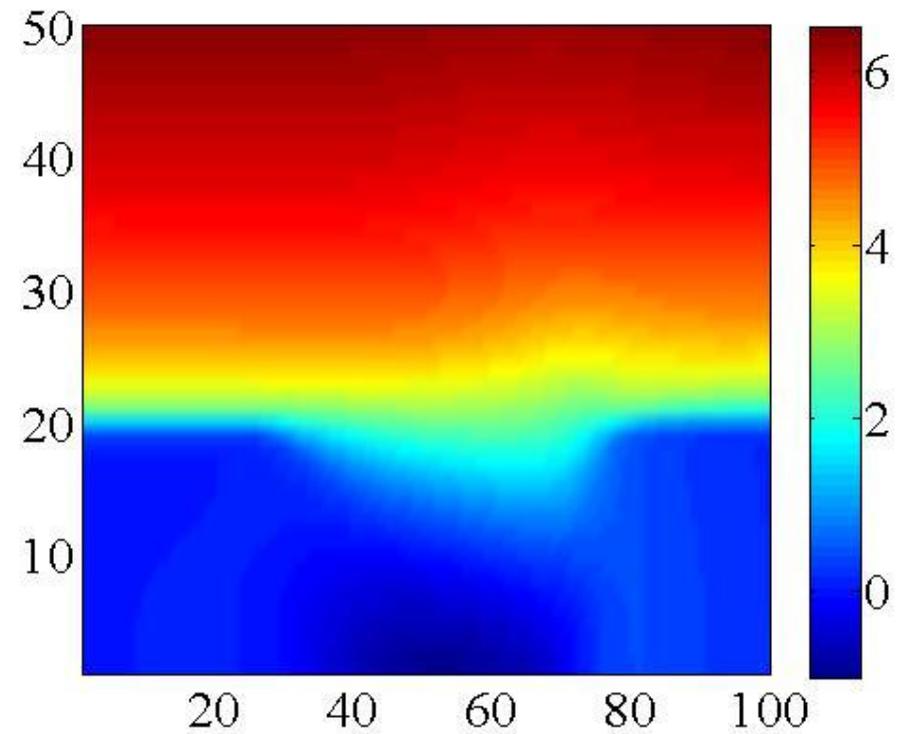


Воздушные потоки над вырубкой

Использование теории
контрастных структур



Классическая модель



Для тех, кто любит формулы

Преобразуем первые слагаемые в выражениях для $J_V(v^*, x^*)$ и $J_u(v^*, x^*)$:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\tilde{v}^1}{d\tau} - \frac{d\tilde{v}^3}{d\tau} \right|_{\tau=0}^{x=x^*} &= \left(2 \int_{v^1(x^*)}^{v_0} h^1(v, x^*) dv \right)^{1/2} - \left(2 \int_{v^3(x^*)}^{v_0} h^3(v, x^*) dv \right)^{1/2} = \\ &= \left(\left(2 \int_{v^1(x^*)}^{v_0} h^1(v, x^*) dv \right)^{1/2} + \left(2 \int_{v^3(x^*)}^{v_0} h^3(v, x^*) dv \right)^{1/2} \right)^{-1} \left(2 \int_{v^1(x^*)}^{v_0} h^1(v, x^*) dv - 2 \int_{v^3(x^*)}^{v_0} h^3(v, x^*) dv \right) = \\ &= 2(\Phi_1(0, x^*) + \Phi_3(0, x^*))^{-1} J_{0V}(v_0, x^*). \end{aligned}$$

Здесь $\Phi_1(0, x^*)$, $\Phi_3(0, x^*)$ – значения при $\tau = 0$ функций

$$\begin{aligned} \Phi_1(\tau, x^*) &= \frac{d\tilde{v}_1}{d\tau} = \left(2 \int_{v^1(x^*)}^{\tilde{v}^1(\tau)} h^1(v, x^*) dv \right)^{1/2}, \quad -\infty < \tau \leq 0, \\ \Phi_3(\tau, x^*) &= \frac{d\tilde{v}_3}{d\tau} = \left(2 \int_{v^3(x^*)}^{\tilde{v}^3(\tau)} h^3(v, x^*) dv \right)^{1/2}, \quad 0 \leq \tau < +\infty. \end{aligned} \tag{2.26}$$

Далее,

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\tilde{u}}{d\sigma} \right|_{\sigma=0}^{x=x^*-0} - \left. \frac{d\tilde{u}}{d\sigma} \right|_{\sigma=0}^{x=x^*+0} &= \left(2 \int_{\varphi^1(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du \right)^{1/2} - \left(2 \int_{\varphi^3(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du \right)^{1/2} = \\ &= \left(\left(2 \int_{\varphi^1(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du \right)^{1/2} + \left(2 \int_{\varphi^3(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du \right)^{1/2} \right)^{-1} \times \\ &\times \left(2 \int_{\varphi^1(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du - 2 \int_{\varphi^3(v_0, x^*)}^{\varphi^2(v_0, x^*)} f(u, v_0, x^*, 0) du \right) = 2(\Psi_1(0, x^*) + \Psi_3(0, x^*))^{-1} J_{0u}(v_0, x^*). \end{aligned}$$

Для чего нужен аналитический
расчет?

Схема CROS

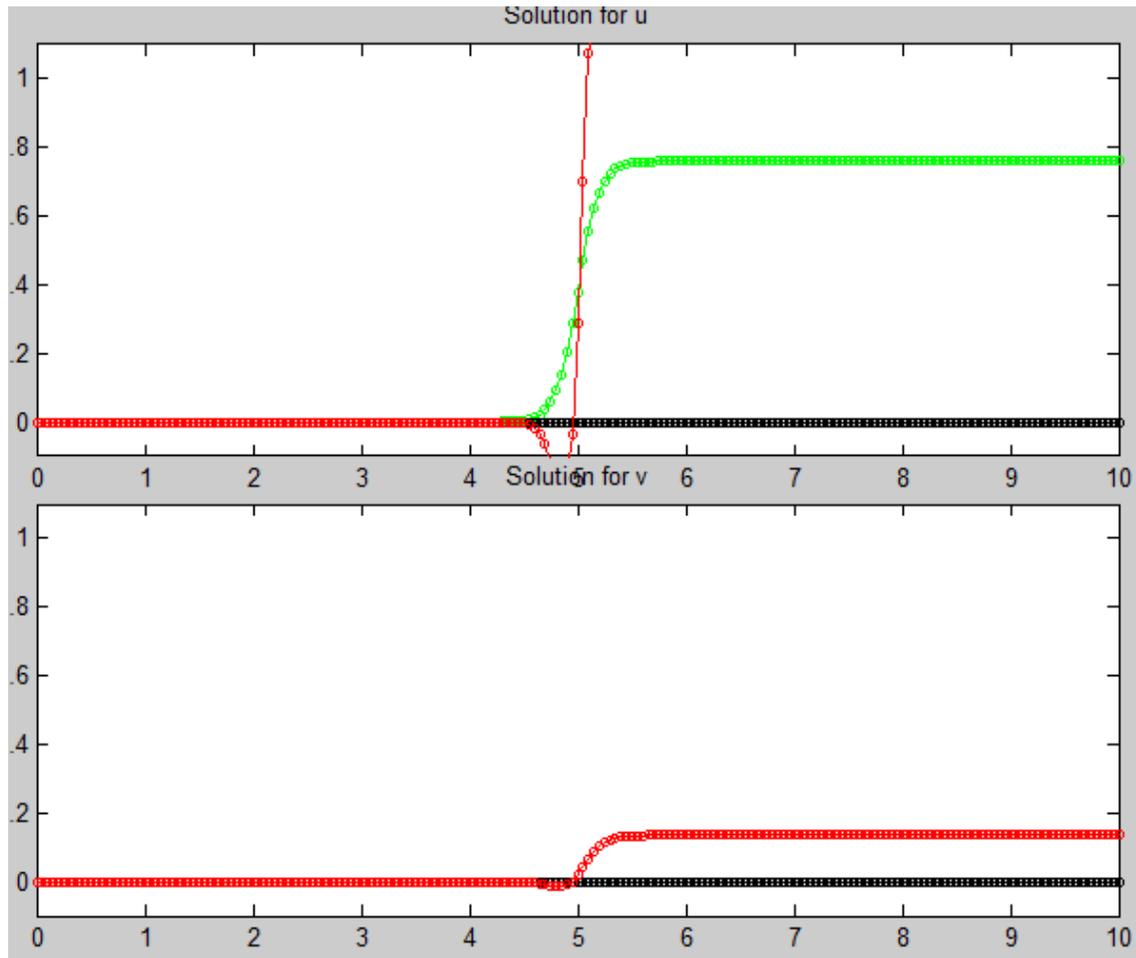


Схема
Кранка-Николса