

**Вопросы к второй части экзамена по курсу «Математический анализ» для
первого потока второго курса. Январь 2016 г.¹**

1. Докажите теорему о независимости криволинейного интеграла от выбора контура с фиксированными концевыми точками.
2. Получить формулу для градиента в ортогональных криволинейных координатах.
3. Докажите признак д'Аламбера сходимости числового ряда.
4. Докажите признак Коши сходимости числового ряда.
5. Докажите признак Абеля сходимости числового ряда.
6. Докажите критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
7. Докажите теорему о непрерывности предела функциональной последовательности.
8. Докажите теорему об интегрировании функциональной последовательности.
9. Докажите теорему о дифференцировании функциональной последовательности.
10. Сформулировать и обосновать соотношение между равномерной и поточечной сходимостями функциональных последовательностей.
11. Сформулировать и обосновать соотношение между равномерной сходимостью функциональной последовательности и сходимостью в среднем квадратичном.
12. Сформулировать и обосновать соотношение между поточечной сходимостью функциональной последовательности и сходимостью в среднем квадратичном.
13. Докажите критерий Коши равномерной сходимости несобственного интеграла первого рода, зависящего от параметра.
14. Докажите признак Вейерштрасса равномерной сходимости несобственного интеграла первого рода, зависящего от параметра.
15. Докажите теорему о дифференцировании по параметру несобственного интеграла первого рода, зависящего от параметра.
16. Докажите критерий Коши равномерной сходимости несобственного интеграла второго рода, зависящего от параметра.
17. Докажите теорему об экстремальном свойстве коэффициентов Фурье.
18. Докажите неравенство Бесселя.
19. Докажите теорему о сходимости ряда Фурье по основной тригонометрической системе в среднеквадратичном.
20. Докажите теорему о равномерной аппроксимации непрерывной на заданном отрезке функции тригонометрическим многочленом.

¹Билет состоит из двух вопросов. Первый вопрос билета выбран из вопросов 1-24, второй – из вопросов 25-40.

21. Докажите теорему о равномерной аппроксимации непрерывной на заданном отрезке функции алгебраическим многочленом.
22. Докажите, что основная тригонометрическая система является замкнутой в пространстве кусочно-непрерывных функций.
23. Докажите, что δ -функция является линейным непрерывным функционалом на пространстве \mathcal{D} основных функций.
24. Докажите, что замкнутая ортогональная система является полной.
25. Докажите теорему Гаусса-Остроградского.
26. Докажите теорему Стокса.
27. Получить формулу для ротора в ортогональных криволинейных координатах.
28. Получить формулу для дивергенции в ортогональных криволинейных координатах.
29. Докажите теорему Коши о перестановке членов абсолютно сходящегося числового ряда.
30. Докажите признак Дирихле сходимости числового ряда.
31. Докажите признак Абеля равномерной сходимости функционального ряда.
32. Докажите признак Дирихле равномерной сходимости функционального ряда.
33. Докажите теорему Арцела.
34. Докажите признак Дирихле равномерной сходимости несобственного интеграла, зависящего от параметра.
35. Докажите теорему о поточечной сходимости ряда Фурье по основной тригонометрической системе.
36. Докажите теорему о равномерной сходимости ряда Фурье по основной тригонометрической системе.
37. Докажите теорему о почленном дифференцировании ряда Фурье по основной тригонометрической системе.
38. Докажите теорему о представлении функции интегралом Фурье.
39. Докажите критерий замкнутости ортогональной системы функций в бесконечномерном евклидовом пространстве.
40. Докажите теорему о замкнутости полной ортогональной системы функций в полном бесконечномерном евклидовом пространстве.