

Вопросы к коллоквиуму по ОММ (2-й поток, 2019 г.)

Поведение на бесконечности решения уравнения Гельмгольца при различных знаках коэффициента. Постановка внешних задач.

Теорема единственности решения уравнения Гельмгольца для неограниченной области в случае отрицательного коэффициента.

Условие излучения Зоммерфельда в трехмерном и двумерном случаях. Для чего ставятся условия излучения?

Сформулируйте принцип предельного поглощения.

Приведите пример постановки парциальных условий излучения.

Как ставится задача математической теории дифракции?

Постановка задачи Гурса и ее решение.

Постановка общей задачи Коши для гиперболического уравнения. Какими свойствами должна обладать кривая, на которой ставятся дополнительные условия.

Определение и физический смысл функции Римана. Где она используется?

Функции Римана для уравнений  $u_{xy} = 0$  и  $u_{xy} + cu = 0$ .

Задача Коши для уравнения колебаний  $u_{tt} + au_t + bu_x + cu = u_{xx}$ .

Переход к локальному времени в уравнениях переноса. Пример подобной замены переменной в задаче сорбции.

Постановка задачи сорбции и качественное различие решения в случае линейной и нелинейной изотермы.

Представление задачи к виду, в котором содержится зависимость между безразмерными комбинациями переменных. Примеры задач, при решении которых целесообразно использовать метод подобия.

Примеры процессов, описываемых задачами Стефана. Постановка задачи Стефана.

Математические модели гидродинамики. Постановка задач.

Течение Пуазейля вязкой жидкости в трубе.

Распределение скоростей в жидкости при движении в ней сферы.

Линейное, линейное неоднородное и квазилинейное уравнение переноса. Составьте уравнения характеристик для этих случаев.

Могут ли пересекаться характеристики в случае линейного и проекции характеристик в случае квазилинейного уравнения переноса? Почему? К какому качественному характеру решений и физическим результатам это приводит?

Метод характеристик для решения задачи Коши с квазилинейным уравнением переноса.

Образование разрывов решения квазилинейного уравнения переноса. Напишите условие на разрыве (условие Гюгонио) для уравнения  $u_t + u^3 u_x = 0$ .

В каких случаях необходимо строить обобщенное решение линейного и квазилинейного уравнения переноса?

Уравнение Бюргерса. Его решение для задачи Коши и решение в форме бегущей волны на бесконечной прямой.

Рассмотрим задачу Коши с уравнением  $u_t = (ku_x)_x$  для  $-\infty < x < \infty$ . Объясните, почему в случае, когда  $k = k(u)$  и  $k(0) = 0$ , можно рассматривать финитные решения, а если  $k = const$ , то нельзя.

Уравнением Буссинеска описывающее уровень грунтовых вод над гидроупором. Приведите пример задачи с этим уравнением, решение которой имеет автомодельный вид.

Приведите примеры постановок задач с нелинейным уравнением теплопроводности и горения, решением которых являются финитные функции.

Модель хищник-жертва. Как исследуется решение задачи на фазовой плоскости.