Линейная регрессия - пример

$$y_i = f_a(x_i) + \varepsilon_i = a_1 f_1(x_i) + \cdots + a_m f_m(x_i) + \varepsilon_i = F_{x_i} a + \varepsilon_i$$

Например, $f_a(x)$ - полином: $\quad y_i = 1 + 1 \cdot x_i - 1 \cdot x_i^2 + 0.2 \cdot x_i^3 + \varepsilon_i$

$$F_x = \begin{pmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \end{pmatrix}, \qquad m = 4, \qquad a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

Исходные данные: $\quad (x_i, y_i), \qquad i = 1, \ldots, n$

Каноническая информация: $\quad (T, v, V, n)$

Элементарная информация: $\quad (T_i, v_i, V_i, n_i)$

$$n_i = 1, \qquad V_i = y_i^2, \qquad v_i = F_{x_i}^T \cdot y_i = \begin{pmatrix} f_1(x_i)\, y_i \\ \vdots \\ f_4(x_i)\, y_i \end{pmatrix},$$

$$T_i = F_{x_i}^T \cdot F_{x_i} = \begin{pmatrix} f_1(x_i)^2 & f_1(x_i)\, f_2(x_i) & \cdots & f_1(x_i)\, f_4(x_i) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_4(x_i)\, f_1(x_i) & f_4(x_i)\, f_2(x_i) & \cdots & f_4(x_i)^2 \end{pmatrix}$$

Обновление:

$$(T, v, V, n) + (T_i, v_i, V_i, n_i) = (T + T_i, v + v_i, V + V_i, n + n_i)$$

Оценивание $f(x)$: $\qquad (T, v, V, n) * x \mapsto$

$$\widehat{f(x)} = F_x T^{-1} v, \qquad \mathsf{D}\widehat{f(x)} = \sigma^2 F_x T^{-1} F_x^T$$

$$\widehat{\mathsf{D}\widehat{f(x)}} = \frac{V - v^T T^{-1} v}{n - m} F_x T^{-1} F_x^T$$

```
in = in + Info([x,y]); % Update: Elem. Info & Combine
est = in * xv;         % Apply Info
```