

В этом задании предлагается написать программу, демонстрирующую различные аспекты оптимального линейного оценивания. Модель измерения имитирует простой эксперимент измерения “сглаженного” сигнала.

1. Моделирование измерения.

- (a) Сгенерируйте случайный сигнал  $x$ , обладающий определенными корреляционными свойствами:
  - i. Сгенерируйте “белый шум”  $\mu \sim (0, I)$ , компоненты которого  $\mu_i$  независимы и одинаково распределены  $E\mu_i = 0$  и  $D\mu_i = 1$ .
  - ii. “Сгладьте” его с помощью некоторой матрицы  $B$ .
  - iii. Тогда  $x = B\mu \sim (0, F)$ , where  $F = Dx = BB^T$ .
- (b) Постройте матрицу  $A$ .
- (c) Сформируйте результат измерения  $y = Ax + \nu$ .

2. Оценивание: Постройте оптимальную линейную оценку  $\hat{x}$  и матрицу вариаций  $D(\hat{x} - x)$ . Покажите на графике:

- (a) Исходный сигнал  $x$  (кривая с компонентами  $x_i$ ),
- (b) Его оценка  $\hat{x}$  (кривая с компонентами  $\hat{x}_i$ ),
- (c) Стандартные отклонения для оценок  $\hat{x}_i$  ( $= \sqrt{D(\hat{x}_i - x_i)} = \sqrt{D(\hat{x} - x)}_{ii}$ ). Их можно проиллюстрировать, изобразив соответствующий “коридор” около  $\hat{x}_i$ .

3. Проиллюстрируйте оценки (пункт 2) для различных ситуаций:

- (a) Однократное измерение  $(y, A, S)$ .
  - i. Преобразуйте измерение  $(y, A, S)$  в каноническую форму  $(T, v)$ .
  - ii. Построить оценку, используя каноническую информацию.
- (b) Однократное измерение  $(y, A, S)$  с априорной информацией  $x \sim (0, F)$ :
  - i. Преобразуйте априорную информацию в каноническую форму.
  - ii. Преобразуйте измерение в каноническую форму.
  - iii. Объедините эти части канонической информации.
  - iv. Построить оценку, основанную на комбинированной канонической информации.
- (c) Много измерений  $(y_j, A_j, S_j)$  без априорной информации.
  - i. Смоделируйте последовательность измерений одного и того же сигнала  $x$ , с различными матрицами  $A_j$  (и, возможно,  $S_j$ ).
  - ii. Извлеките каноническую информацию из каждого измерения.
  - iii. Объедините части канонической информации.
  - iv. Постройте оценку, основанную на комбинированной канонической информации.
- (d) Много измерений  $(y_j, A_j, S_j)$ , но теперь с априорной информацией  $x \sim (0, F)$ .
  - i. Преобразуйте априорную информацию в каноническую форму.
  - ii. Смоделируйте последовательность измерений одного и того же сигнала  $x$ , с различными матрицами  $A_j$  (и, возможно,  $S_j$ ).
  - iii. Извлеките каноническую информацию из каждого измерения.
  - iv. Объедините части канонической информации.
  - v. Постройте оценку, основанную на комбинированной канонической информации.