

# Численные методы

ЛЕКТОР ДОЦЕНТ БОРОДАЧЕВ Л.В.

## Аннотация

Курс представляет собой введение в теорию численных методов, требующее минимум сведений из математического анализа, линейной алгебры и теории дифференциальных уравнений.

## Программа курса

### §1 Введение: основные понятия.

1. Предмет вычислительной математики.
2. Общая задача вычисления.
3. Методология численного решения.
4. Оценка эффективности численного метода

### §2 Интерполяция и приближение функций.

1. Постановка задачи интерполяции.
2. Полиномиальная интерполяция.
  - a. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
  - b. Интерполяционный многочлен Ньютона.
  - c. Погрешность полиномиальной интерполяции.
3. Сплайн-интерполяция.
  - a. Общее определение.
  - b. Построение кубического сплайна.
4. Среднеквадратичная аппроксимация.
  - a. Постановка задачи.
  - b. Существование наилучшего приближения.

### §3 Численное интегрирование и дифференцирование.

1. Постановка задачи интегрирования.
2. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
3. Практически важные случаи.
  - a. Формула трапеций.
  - a. Формула парабол (метод Симпсона).
  - b. Составные квадратурные формулы.
4. Апостериорная оценка погрешности. Метод Рунге.
5. Постановка задачи дифференцирования.
6. Дифференцирование на основе интерполяции.
  - a. Связь интерполяционной и разностной производных.
  - b. Оценка погрешности дифференцирования.

### §4 Численное решение нелинейных уравнений.

1. Постановка задачи.
2. Метод простой итерации.
3. Сходимость метода простой итерации.
4. Реализация метода простой итерации
  - a. Метод релаксации.
  - b. Метод касательных (Ньютона).

- c. Метод секущих.
- 5. Обобщение метода на системы нелинейных уравнений.
  - a. Постановка задачи.
  - b. Простейший одношаговый метод.

## **§5 Численные методы линейной алгебры**

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).  
Классификация методов.
2. СЛАУ как операторное уравнение.
3. Устойчивость решения СЛАУ. Обусловленность матриц.
4. Прямые методы решения СЛАУ.
  - a. Частные случаи систем.
  - b. Системы общего вида. Метод Гаусса.
  - c. Связь метода Гаусса с разложением матриц
5. Итерационные методы решения СЛАУ
  - a. Простейшие одношаговые методы.
    - Метод релаксации.
    - Метод Якоби.
    - Метод Зейделя.
    - Метод верхней релаксации.
  - b. Сходимость простейших итерационных методов.
6. Алгебраическая проблема собственных значений.
  - a. Вычисление собственных значений.
  - b. Нахождение собственных векторов.

## **§6 Разностное решение дифференциальных уравнений.**

1. Общая постановка и классификация задач.
2. Основные понятия теории разностных схем.
  - a. Аппроксимация.
  - b. Устойчивость.
  - c. Сходимость.
3. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
  - a. Формулировка задачи вычисления.
  - b. Классификация методов решения.
    - Метод Тейлора (одношаговые схемы).
    - Метод интегрирования (многошаговые схемы).
4. Реализация базовых схем для задачи Коши.
  - a. Многоэтапный одношаговый метод Рунге-Кутты.
  - b. Линейный многошаговый метод Адамса-Бэшфорта.