

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 1.

1. Решение задачи аппроксимации методом наименьших квадратов.
2. Разностные схемы для уравнения теплопроводности в прямоугольной области. Экономичные разностные схемы.
3. Формула погрешности  $\delta\lambda$  собственного значения симметричной квадратной матрицы.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 2.

1. Погрешность округления на  $t$ -разрядной ЭВМ.
2. Разностная схема для одномерного волнового уравнения. Постановка задачи. Аппроксимация начальных условий.
3. Формула погрешности  $\delta x$  собственного вектора симметричной квадратной матрицы

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 3.

1. Постановка задачи интерполяции. Чебышевская система интерполяционных функций.
2. Порядок точности линейной разностной схемы.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 4.

1. Полиномиальная интерполяция.
2. Сходимость разностной схемы.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования Симпсона.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 6.

1. Интерполяционный многочлен Ньютона.
2. Продольно-поперечная разностная схема для уравнения теплопроводности. Устойчивость.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 5.

1. Погрешность полиномиальной интерполяции на равномерной сетке.
2. Метод Ньютона-Рафсона минимизации функции многих переменных.
3. Исследовать невязку схемы "крест" (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n, \quad 1 \leq n \leq N-1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 7.

1. Устойчивость задачи определения собственных значений и собственных векторов квадратной матрицы.
2. Разностная схема для одномерного уравнения колебаний. Постановка задачи. Аппроксимация начальных условий.
3. Формулы прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 8.

1. Существование и единственность наилучшего среднеквадратичного приближения функции.
2. Свойства сопряжённых направлений в задаче минимизации функции многих переменных.
3. Исследовать устойчивость схемы "крест" (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n, \quad 1 \leq n \leq N-1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 9.

1. Погрешность округления на  $t$ -разрядной ЭВМ.
2. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод Зейделя, метод верхней релаксации.
3. Исследовать невязку схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1-2\sigma)y + \sigma\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma \leq 1/2.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 10.

1. Построение кубического интерполяционного сплайна.
2. Учёт погрешностей округления при решении систем линейных алгебраических уравнений.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1-2\sigma)y + \sigma\check{y}] + f_n, \quad 1/4 \leq \sigma \leq 1/2.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 11.

1. Существование и единственность интерполяционного кубического сплайна.
2. Итерационные методы решения СЛАУ. Метод релаксации, метод Якоби.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1-2\sigma)y + \sigma\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/4.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 12.

1. Постановка задачи аппроксимации функции.
2. Продольно-поперечная схема для уравнения теплопроводности. Аппроксимация.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 13.

1. Существование и единственность наилучшего среднеквадратичного приближения функции.
2. Минимум функции многих переменных. Квадратичная функция, её свойства, экстремумы.
3. Исследовать невязку схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1 - \sigma)\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma \leq 1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 14.

1. Ортогональные системы полиномов: Якоби, Лежандра, Чебышева 1-го и 2-го рода, Лагерра, Эрмита.
2. Устойчивость решения СЛАУ.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1 - \sigma)\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/2.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 15.

1. Решение задачи аппроксимации методом наименьших квадратов.
2. Формулы матричной прогонки.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1 - \sigma)\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq 1/2 \leq \sigma < 1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 16.

1. Аппроксимация  $2\pi$ -периодической функции на равномерной сетке. Формулы Бесселя.
2. Нахождение собственных векторов квадратной матрицы методом обратной итерации.
3. Исследовать аппроксимацию схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 17.

1. Сглаживание таблиц методом наименьших квадратов.
2. Нахождение собственных значений квадратной матрицы методом интерполяции. Случай 3-х диагональной матрицы.
3. Показать, что схема (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n$$

абсолютно неустойчива.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 18.

1. Постановка задачи численного интегрирования. Квадратурные формулы интерполяционного типа.
2. Устойчивость задачи на собственные значения для эрмитовских матриц.
3. Исследовать аппроксимацию схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2 \cdot \frac{\hat{y}_n + \check{y}_n}{2} + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 19.

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котесса.
2. Вычисление определителя. Построение обратной матрицы.
3. Исследовать устойчивость схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2 \cdot \frac{\hat{y}_n + \check{y}_n}{2} + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 20.

1. Квадратурная формула трапеций. Оценка остаточного члена квадратурной формулы.
2. Метод "золотого сечения" поиска минимума функции одного переменного.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2 \Lambda[\sigma \hat{y} + (1 - \sigma)\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq 1/2 \leq \sigma < 1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 21.

1. Квадратурная формула Симпсона. Оценка остаточного члена квадраткрной формулы.
2. Метод "парабол" поиска минимума функции одного переменного.
3. Исследовать аппроксимацию схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 22.

1. Апостериорная оценка погрешности квадратурных формул. Метод Рунге.
2. Сходимость итерационных методов решения СЛАУ. Достаточные условия.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1 - \sigma)\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/2.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 23.

1. Вывод составной квадратурной формулы Симпсона. Погрешность.
2. Достаточное условие сходимости итерационных методов решения СЛАУ для симметричной, положительно определенной матрицы.
3. Показать, что схема (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n$$

абсолютно неустойчива.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 24.

1. Вывод составной формулы трапеций. Погрешность.
2.  $LU$ -разложение невырожденной матрицы.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2\Lambda[\sigma\hat{y} + (1 - 2\sigma)y + \sigma\check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/4.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 26.

1. Квадратурные формулы Гаусса-Кристоффеля.
2. Невязка разностной схемы.
3. Формула погрешности  $\delta x$  собственного вектора симметричной квадратной матрицы

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 25.

1. Апостериорная оценка погрешности квадратурной формулы. Метод Эйткена.
2. Обусловленность матрицы СЛАУ. Относительная погрешность решения.
3. Исследовать аппроксимацию схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2 \cdot \frac{\hat{y}_n + \check{y}_n}{2} + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 27.

1. Корректность формул численного интегрирования.
2. Метод сопряжённых градиентов минимизации функции многих переменных.
3. Формула погрешности  $\delta \lambda$  собственного значения симметричной квадратной матрицы.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 28.

1. Интегрирование быстро осциллирующих функций методом Филона.
2. Характерный вид рельефа поверхности уровня в окрестности точки возможного экстремума. Котловинный и овражный рельефы.
3. Исследовать устойчивость схемы (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2 \cdot \frac{\hat{y}_n + \check{y}_n}{2} + y_{n-1}) + f_n.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 29.

1. Постановка задачи решения нелинейного уравнения. Метод простой итерации.
2. Разностная схема для уравнения теплопроводности на отрезке. Устойчивость явной разностной схемы.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 30.

1. Сходимость метода простой итерации. Принцип сжимающих отображений.
2. Метод прогонки решения СЛАУ с 3-диагональной матрицей.
3. Исследовать невязку схемы "крест" (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n, \quad 1 \leq n \leq N-1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 31.

1. Необходимые и достаточные условия существования решения нелинейного уравнения. Примеры итерационных методов решения  $f(x) = 0$ .
2. Метод последовательного исключения Гаусса решения СЛАУ.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2 \Lambda [\sigma \hat{y} + (1 - \sigma) \check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/2.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 32.

1. Ортогональные системы полиномов: Якоби, Лежандра, Чебышева 1-го и 2-го рода, Лагерра, Эрмита.
2. Нахождение собственных векторов квадратной матрицы методом обратной итерации.
3. Показать, что схема (одномерное уравнение теплопроводности)

$$\frac{1}{2\tau}(\hat{y}_n - \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n$$

абсолютно неустойчива.



## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 33.

1. Сходимость итерационных методов решения нелинейного уравнения. Достаточные условия.
2. Постановка задачи минимизации функционала. Метод пробных функций.
3. Исследовать устойчивость схемы с весами (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = a^2 \Lambda[\sigma \hat{y} + (1 - 2\sigma)y + \sigma \check{y}] + f_n, \quad 0 \leq \sigma < 1/4.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 34.

1. Итерационные методы  $p$ -го порядка. Примеры для  $p = 2$ .
2. Метод вращений Якоби нахождения собственных значений и собственных векторов действительной симметричной матрицы.
3. Исследовать невязку схемы "крест" (записать недостающие уравнения)

$$\frac{1}{\tau^2}(\hat{y}_n - 2y_n + \check{y}_n) = \frac{a^2}{h^2}(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + f_n, \quad 1 \leq n \leq N - 1.$$

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 35.

1. Достаточные условия сходимости метода релаксации решения нелинейного уравнения.
2. Устойчивость разностной схемы.
3. Формула погрешности  $\delta x$  собственного вектора симметричной квадратной матрицы

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 36.

1. Достаточные условия сходимости метода Ньютона решения нелинейного уравнения.
2. Порядок точности разностной схемы с весами для одномерного уравнения теплопроводности на отрезке.
3. Формула погрешности  $\delta \lambda$  собственного значения симметричной квадратной матрицы.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 37.

1. Ускорение сходимости итерационных методов первого порядка.
2. Порядок аппроксимации разностной схемы.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 38.

1. Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений. Одношаговые итерационные методы.
2. Устойчивость двуслойных разностных схем по начальным данным.
3. Формулы прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 39.

1. Сходимость метода Ньютона решения системы нелинейных уравнений.
2. Устойчивость двуслойной разностной схемы по правым частям.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 40.

1. Достаточные условия сходимости метода покоординатного спуска минимизации функции многих переменных.
2. Разностная схема с весами для одномерного уравнения теплопроводности на отрезке. Порядок аппроксимации.
3. Формулы прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 41.

1. Погрешность решения: погрешность модели, неустранимая погрешность, погрешность метода, погрешности округления.
2. Разностная схема для уравнения теплопроводности на отрезке. Устойчивость неявной схемы.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования Симпсона.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 42.

1. Постановка задачи интерполяции. Чебышевская система интерполяционных функций.
2. Разностная схема для одномерного волнового уравнения на отрезке. Порядок аппроксимации.
3. Формула погрешности  $\delta x$  собственного вектора симметричной квадратной матрицы

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 43.

1. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Исследование устойчивости разностной схемы методом гармоник.
3. Формула погрешности  $\delta \lambda$  собственного значения симметричной квадратной матрицы.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

### Б И Л Е Т № 44.

1. Разделенные разности таблично заданной функции.
2. Неявная схема с весами для уравнения колебаний на отрезке. Устойчивость.
3. Получить оценку остаточного члена формулы численного интегрирования трапеций.